

Załącznik nr 3

do wniosku

**o przeprowadzenie postępowania habilitacyjnego**

w dziedzinie nauk technicznych

dyscyplina: **mechanika**

**dr inż. Jan Jaśkowiec**

**AUTOREFERAT**  
**(w języku polskim)**

Kraków 2017

Handwritten signature of Jan Jaśkowiec in blue ink.



## Spis treści

<b>1</b>	<b>Informacje o wnioskodawcy</b>	<b>2</b>
1.1	Dane osobowe . . . . .	2
1.2	Posiadane dyplomy, stopnie naukowe . . . . .	2
1.3	Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Opis osiągnięcia naukowego</b>	<b>3</b>
2.1	Wskazanie osiągnięcia . . . . .	3
2.2	Cykl publikacji . . . . .	3
2.3	Statystyka cyklu publikacji . . . . .	4
2.4	Omówienie badań będących tematem cyklu publikacji . . . . .	4
2.4.1	Analiza propagacji rysy . . . . .	5
2.4.2	Analiza płyt warstwowych . . . . .	7
2.4.3	Łączenie metod obliczeniowych . . . . .	12
2.4.4	Nieciągła metoda Galerkina . . . . .	13
2.5	Cykl publikacji z omówieniem i wyszczególnieniem elementów oryginalnych . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Omówienie pozostałych osiągnięć po doktoracie</b>	<b>25</b>
3.1	Pozostały dorobek naukowy . . . . .	26
3.1.1	Publikacje . . . . .	26
3.1.2	Referaty na konferencjach międzynarodowych . . . . .	26
3.1.3	Referaty na konferencjach krajowych . . . . .	28
3.2	Udział w projektach . . . . .	28
3.3	Stáže zagraniczne . . . . .	28
3.4	Recenzowanie artykułów . . . . .	29
3.5	Członkostwo w organizacjach naukowych . . . . .	30
3.6	Osiągnięcia dydaktyczne i organizacyjne . . . . .	30
3.7	Nagrody i odznaczenia . . . . .	32
<b>4</b>	<b>Podsumowanie</b>	<b>32</b>

2

## 1 Informacje o wnioskodawcy

### 1.1 Dane osobowe

tytuł imię i nazwisko: **dr inż. Jan Jaśkowiec**

#### Wykształcenie:

- 1992 – 1997** Politechnika Krakowska, Wydział Mechaniczny, studia dzienne magisterskie na kierunku 'Mechanika i budowa maszyn', specjalność 'Mechanika komputerowa'
- 1997 – 2001** Politechnika Krakowska, Wydział Mechaniczny, studia doktoranckie

### 1.2 Posiadane dyplomy, stopnie naukowe

- Stopień doktora:** Politechnika Krakowska, Wydział Inżynierii Lądowej, **2003-12-17**  
**Dziedzina nauk technicznych**  
dyscyplina: **mechanika**  
tytuł rozprawy: *Integracja MES z BMG w dwuwymiarowej analizie propagacji pęknięcia quasi-kruchego*  
Promotor: prof. dr hab. inż. Czesław Cichoń, Politechnika Krakowska  
Recenzenci: dr hab. inż. Zdzisław Więckowski, prof. PŁ, Politechnika Łódzka  
prof. dr hab. inż. Janusz Orkisz, Politechnika Krakowska
- Tytuł magistra inżyniera:** Politechnika Krakowska, Wydział Mechaniczny, **czerwiec 1997**  
tytuł pracy mgr: *Obliczenia równoległe konstrukcji z osoblwymi podobszarami*  
Promotor: prof. dr hab. inż. Czesław Cichoń, Politechnika Krakowska

### 1.3 Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu

- 2004 – nadal** Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki  
Wydział Inżynierii Lądowej  
Instytut Technologii Informatycznych w Inżynierii Lądowej  
(Instytut Metod Komputerowych w Inżynierii Lądowej)  
**adiunkt**
- 2002 – 2004** Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki  
Wydział Inżynierii Lądowej  
Instytut Metod Komputerowych w Inżynierii Lądowej  
**asystent**
- 2001 – 2002** Sawan grupa Softbank S.A.  
**programista**

## 2 Opis osiągnięcia naukowego

### 2.1 Wskazanie osiągnięcia

Osiągnięciem naukowym stanowiącym podstawę wszczęcia postępowania habilitacyjnego wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. 2016 r. poz. 882 ze zm. w Dz. U. z 2016 r. poz. 1311.) jest powstały w latach 2014-2017 cykl publikacji powiązanych tematycznie pod zbiorczym tytułem

”Nieciągłe pola w numerycznej analizie wybranych problemów mechaniki ciał stałych”.

W skład tego zestawu wchodzi 15 publikacji, oznaczonych odpowiednio [H1-H15], przedstawionych w rozdziale 2.2 i uporządkowanych według daty wydania, poczynając od najnowszych. Przy poszczególnych pozycjach podane są: wartość IF (*ang. impact factor*) oraz punkty MNiSW (Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego) czasopism zgodnie z rokiem wydania. W przypadku prac opublikowanych w 2017 roku, wartości te zostały podane za rok 2016. W rozdziale 2.3 została przedstawiona statystyka dotycząca cyklu publikacji. Omówienie osiągnięcia naukowego, zawartego w cyklu publikacji, przedstawione jest w rozdziale 2.4. W rozdziale 2.5 znajduje się opis zawartości poszczególnych artykułów wraz z opisem udziału własnego oraz elementów oryginalnych.

### 2.2 Cykl publikacji

- [H1] Jan Jaśkowiec, Very high-order discontinuous Galerkin method in elliptic problems *Computational Mechanics*, w korekcie po pozytywnych recenzjach, 2017, (IF: 2.861, MNiSW: 45), udział własny – 100%
- [H2] Jan Jaśkowiec, Application of discontinuous Galerkin method to mechanical 2D problem with arbitrary polygonal and very high-order finite elements *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 323: 389–415, 2017, (IF: 3.949, MNiSW: 45), udział własny – 100%
- [H3] Jan Jaśkowiec, P. Pluciński, A. Stankiewicz, Cz. Cichoń, Three-dimensional modelling of laminated glass bending on two-dimensional in-plane mesh, *Composites Part B: Engineering*, 120: 63–82, 2017, (IF: 4.727, MNiSW: 45), udział własny – 70%
- [H4] Jan Jaśkowiec, P. Pluciński, Three-dimensional modelling of heat conduction in laminated plates with the use of a two-dimensional numerical model, *Composite Structures*, 171: 562–575, 2017, (IF: 3.858, MNiSW: 35), udział własny – 70%
- [H5] Jan Jaśkowiec, A model for heat transfer in cohesive cracks, *Computers & Structures*, 108: 89–103, 2017 (IF: 2.847, MNiSW: 40), udział własny – 100%
- [H6] Jan Jaśkowiec, S. Milewski, Coupling finite element method with meshless finite difference method in thermomechanical problems, *Computers & Mathematics with Applications*, 72(9): 2259–2279, 2016, (IF: 1.531, MNiSW: 40), udział własny – 60%
- [H7] Jan Jaśkowiec, P. Pluciński, A. Stankiewicz, Discontinuous Galerkin method with arbitrary polygonal finite elements, *Finite Elements in Analysis and Design*, 120: 1–17, 2016 (IF: 2.161, MNiSW: 40), udział własny – 70%
- [H8] Jan Jaśkowiec, The discontinuous Galerkin method with higher degree finite difference compatibility conditions and arbitrary local and global basis functions, *Computer Assisted Methods in Engineering and Science*, 23(2/3): 109–132, 2016, (MNiSW: 14), udział własny – 100%
- [H9] Jan Jaśkowiec, The *hp* nonconforming mesh refinement in discontinuous Galerkin finite element method based on Zienkiewicz-Zhu error estimation, *Computer Assisted Methods in Engineering and Science*, 23(1): 43–67, 2016, (MNiSW: 14), udział własny – 100%
- [H10] Jan Jaśkowiec Numerical Modeling Mechanical Delamination in Laminated Glass by XFEM, *Procedia Engineering*, 108: 293–300, 2015 udział własny – 100%

- [H11] **Jan Jaśkowicz**, Three-dimensional analysis of a cohesive crack coupled with heat flux through the crack, *Advances in Engineering Software*, 89: 98–107, 2015, (IF: 1.673, MNiSW: 30), udział własny – 100%
- [H12] **Jan Jaśkowicz**, S. Milewski, The effective interface approach for coupling of the FE and meshless FD methods and applying essential boundary conditions, *Computers & Mathematics with Applications*, 70(5): 962–979, 2015, (IF: 1.398, MNiSW: 40), udział własny – 60%
- [H13] **Jan Jaśkowicz**, P. Pluciński, J. Pamin, Thermo-mechanical XFEM-type modeling of laminated structure with thin inner layer, *Engineering Structures*, 100: 511–521, 2015, (IF: 1.893, MNiSW: 35), udział własny – 60%
- [H14] **Jan Jaśkowicz**, Discontinuous Galerkin method on reference domain, *Computer Assisted Methods in Engineering and Science*, 22(2): 177–204, 2015, (MNiSW: 14), udział własny – 100%
- [H15] **Jan Jaśkowicz** and F. van der Meer, A consistent iterative scheme for 2D and 3D cohesive crack analysis in XFEM, *Computers & Structures*, 136: 98–107, 2014, (IF: 2.425, MNiSW: 40), udział własny – 80%

## 2.3 Statystyka cyklu publikacji

Artykuły wymienione w rozdziale 2.2 zostały przygotowane i opublikowane w przeciągu niespełna 4 lat. Jedenaście z tych artykułów zostało opublikowane w wysoko punktowanych czasopismach z listy A Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego (MNiSW), trzy były opublikowane w czasopiśmie z listy B MNiSW wydawanym przez Polską Akademię Nauk, a jeden artykuł, niepunktowany, jest indeksowany w bazach Web of Science (WoS) i Scopus. Jestem jedynym autorem ośmiu artykułów, w tym czterech artykułów opublikowanych w czasopismach z listy A, trzech artykułów opublikowanych w czasopiśmie z listy B oraz jednego niepunktowanego artykułu. W pozostałych artykułach jestem pierwszym autorem, każdorazowo z większościowym udziałem procentowym. Odzwierciedla to moją wiodącą rolę w prowadzonych badaniach i podczas tworzenia artykułów naukowych oraz pozycję kreatora pomysłów badawczych wyznaczającego kierunki prowadzonych badań. Dokładałam starań, aby wyniki moich badań były publikowane na bieżąco w renomowanych czasopismach, które posiadają wysoką punktację MNiSW i wysoki IF (*impact factor*). Staram się przede wszystkim, aby przygotowywane artykuły były wysokiej jakości i prezentowały oryginalne wyniki badań, dzięki czemu artykuły te mogą być publikowane w znaczących czasopismach. Artykuły przytoczone w punkcie 2.2 posiadają łączną liczbę punktów MNiSW 477, a tzw. sumaryczny IF 29,032. Liczba cytowań (bez autocytowań) przytoczonych prac na dzień dzisiejszy według bazy WoS wynosi 14 (Scopus 16). Mając na uwadze to, że artykuły zostały opublikowane stosunkowo niedawno oraz dziedzinę badań, to liczba cytowań wydaje się być adekwatna. Prace te są cytowane przez naukowców z różnych zagranicznych uczelni. Można na tej podstawie stwierdzić, że pomimo krótkiego czasu od publikacji, wyniki moich badań są zauważalne na świecie. Jednym ze wskaźników, powszechnie stosowanym, mówiącym o jakości prowadzonych badań jest indeks Hirscha (h-indeks). Aktualnie, z uwagi na jeszcze stosunkowo małą liczbę cytowań, mój h-indeks = 2, zarówno w bazie WoS jak i Scopus. W Tabeli 1 przedstawiono liczbowe zestawienie osiągnięcia habilitacyjnego.

## 2.4 Omówienie badań będących tematem cyklu publikacji

W swoich badaniach zajmowałam się zagadnieniami nieciągłych pól w wybranych problemach mechaniki materiałów. W zakresie moich badań rozważałam zadania sprężystości, przepływu ciepła, termosprężystości oraz mechaniki pękania. W badaniach analizowane były zadania z nieciągłymi polami, gdzie te nieciągłości pojawiały się w polach podstawowych (tj. przemieszczenia lub temperatury), polach wtórnych (tj. naprężenia lub strumienia ciepła) lub też nieciągłe były funkcje aproksymacyjne.

Nieciągłe pola podstawowe pojawiają się w przypadku analizy propagacji rysy. W takim wypadku nieciągłe są przemieszczenia wzdłuż rysy, jak również pole temperatury w przypadku zagadnienia termomechanicznego. Aby opisać numerycznie nieciągłe pola przemieszczeń lub temperatury należy zastosować nieciągłe aproksymacje, gdzie nieciągłości aproksymacji muszą być zgodne z geometrią rysy. Nieciągłe pola wtórne pojawiają się, gdy rozpatrywany obszar składa się z materiałów o różnych własnościach.

Rodzaj publikacji	liczba	Punkty MNiSW	sumaryczny IF
Lista A MNiSW	11	435	29,032
Lista B MNiSW	3	42	0
Pozostałe	1	0	0
<b>Razem</b>	<b>15</b>	<b>477</b>	<b>29,032</b>

Tabela 1: Zestawienie oceny punktowej cyklu publikacji będącej podstawą wszczęcia postępowania habilitacyjnego

Typowym przykładem, który był rozważany w badaniach, jest płyta laminowana, tj. płyta składająca się kilku warstw połączonych za pomocą sił adhezji, gdzie sąsiadujące warstwy są wykonane z różnych materiałów. W takim wypadku pola podstawowe są ciągłe, natomiast nieciągłe są pola wtórne. Przestrzenie aproksymacyjne z nieciągłymi funkcjami bazowymi mogą być użyte gdy trzeba zamodelować nieciągłość pola podstawowego, ale również w przypadku, gdy rozwiązywany jest problem ciągły. Taka sytuacja występuje gdy, na przykład, stosuje się nieciągłą metodę Galerkin (ang. *discontinuous Galerkin method*, DGM). W DGM stosuje się siatkę elementów skończonych, tak jak w metodzie elementów skończonych (ang. *finite element method*, FEM), natomiast nie ma ciągłości aproksymacji na granicach między elementami skończonymi. Z tego powodu w DGM należy zastosować dodatkowe techniki aby wymusić ciągłość rozwiązania końcowego. W przypadku łączenia dwóch różnych metod obliczeniowych należy zestawić dwa całkowicie różne pola aproksymacyjne co powoduje, że globalna aproksymacja jest nieciągła na połączeniu podobszarów z tymi metodami. Wtedy również pojawia się potrzeba, aby uzyskać ciągłe końcowe rozwiązanie pomimo zastosowania nieciągłej aproksymacji. W swych badaniach analizowałem łączenie FEM i bezsiatkową metodę różnic skończonych (ang. *meshless finite difference method*) (MFDM). Wspólnym mianownikiem rozważanych w badaniach problemów są nieciągłości. W prezentowanych pracach stosuje się operator skoku funkcji  $\llbracket \bullet \rrbracket$ , za pomocą którego określa się wielkość nieciągłości danego pola. W każdym przypadku zakłada się, że nieciągłość pewnej funkcji  $g(\mathbf{x})$  pojawia się na pewnej powierzchni w przypadku 3D lub krzywej dla 2D, i będzie ona oznaczona  $S^d$ . Dla  $S^d$  można wyznaczyć normalną  $\mathbf{n}^d$ , w kierunku której mierzy się nieciągłość:

$$\begin{aligned} \llbracket g \rrbracket_\epsilon(\mathbf{x}) &= g(\mathbf{x} + \epsilon \mathbf{n}^d) - g(\mathbf{x} - \epsilon \mathbf{n}^d) \\ \llbracket g \rrbracket(\mathbf{x}) &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \llbracket g \rrbracket_\epsilon(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad \text{na } S^d \quad (1)$$

Podczas analizy nieciągłości pojawia się potrzeba, aby wyznaczyć wartość średnią skoku funkcji,  $\langle \bullet \rangle$ , którą definiuje się następująco

$$\begin{aligned} \langle g \rangle_\epsilon(\mathbf{x}) &= \frac{1}{2} \left( g(\mathbf{x} + \epsilon \mathbf{n}^d) + g(\mathbf{x} - \epsilon \mathbf{n}^d) \right) \\ \langle g \rangle(\mathbf{x}) &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \langle g \rangle_\epsilon(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad \text{na } S^d \quad (2)$$

W swych badaniach analizowałem problemy z nieciągłościami fizycznymi lub numerycznymi. Poniżej zaprezentowałem zwięzłe wyniki moich badań w takich zagadnieniach jak: propagacja rysy, płyty wielowarstwowe, łączenie metod obliczeniowych oraz nieciągła metoda Galerkin. O wysokiej jakości moich badań świadczy to, że są one na bieżąco publikowane w czasopiśmie z listy A MNiSW. Kilka prac opublikowałem krajowym czasopiśmie, który oferuje internetowy, swobodny dostęp do publikacji (open access).

### 2.4.1 Analiza propagacji rysy

W pracach [H5, H11, H15] analizowałem trójwymiarową propagację rysy z użyciem nieliniowego modelu tzw. rysy kohezyjnej. Model rysy kohezyjnej stosuje się, gdy analizuje się propagację rysy w materiale

quasi-kruchym. Typowym przedstawicielem takiego materiału jest beton. Do modelowania propagacji rysy została wykorzystana rozszerzona metoda elementów skończonych (*ang. extended finite element method*, XFEM). Metoda ta powstała na początku tego wieku i od tego czasu jest szeroko stosowana w mechanice pękania. W modelu rysy fikcyjnej na początkowej części rysy przykłada się siły kohezji, których zadaniem jest modelowanie osłabienia materiału przed czołem propagującej rysy. Model rysy kohezynnej (czasami nazywanej modelem rysy fikcyjnej) jest nieliniowy, gdyż siły kohezji zależą od wartości rozwarcia się rysy, a ta z kolei zależy od aktualnego stanu przemieszczeń. Z tego względu stosowanie takiego modelu rysy wymaga iteracji po każdym etapie propagacji rysy w celu znalezienia stanu równowagi. Zaproponowałem, aby trójwymiarowy wektor sił kohezji zapisać za pomocą dwóch składowych: składowej normalnej do rysy i składowej stycznej. W następnym etapie dla obydwu tych składowych definiuje się prawo konstytutywne, które po angielsku nosi nazwę *traction-separation law*.

W metodzie XFEM geometrię rysy definiuje się korzystając z tzw. metody zbiorów poziomujących (*level set method*, LSM). LSM służy m.in. do tego, aby w przestrzeni 3D zdefiniować dowolną powierzchnię, rysa w 3D jest właśnie zakrzywioną powierzchnią. Następnie korzystając z innych własności LSM definiuje się funkcję Heaviside'a, dla której po jednej stronie rysy jej wartość jest jeden, a po drugiej zero. Tak zdefiniowaną funkcję Heaviside'a włącza się do aproksymacji przemieszczeń wykorzystując metodę podziału jedności (*partition of unity method*, PUM). Nośnik funkcji Heaviside'a jest określony przez funkcje kształtu elementów znajdujących się w bezpośrednim sąsiedztwie rysy. Powoduje to w konsekwencji, że węzły w elementach skończonych będącymi nośnikami funkcji Heaviside'a posiadają dodatkowe stopnie swobody. Na froncie rysy stosuje się dodatkowe funkcje wzbogacające, których zadaniem jest odtwarzanie stanu odkształceń/naprężeń na froncie rysy. Funkcje te również wprowadza się za pomocą PUM, a elementy znajdujące się w otoczeniu frontu rysy stanowią nośnik funkcji wzbogacających.

W pracy [H15] zaproponowałem, aby trójwymiarowy (3D) wektor sił kohezji został określony w podprzestrzeni dwuwymiarowej (2D) z dwoma składowymi: normalna do rysy i styczna do rysy. Kierunek normalny do rysy wynika wprost z geometrii rysy. Natomiast kierunek styczny wyznaczony jest przez wzajemne przesunięcie się dwóch stron rysy w kierunku stycznym, który to kierunek wyznacza się dynamicznie w trakcie analizy. Ostatecznie, wartości składowych normalnej i stycznej sił kohezji oraz kierunek składowej stycznej wyznacza się w trakcie iteracji. Siły kohezji należy wyznaczyć w każdym punkcie całkowania numerycznego na powierzchni rysy. Z kolei iteracje wykonuje się na każdym etapie przyrostu rysy. W pracy przedstawiono schemat iteracyjny dla sił kohezji, który ma charakter bardzo ogólny i może być zastosowany do szerokiej klasy przypadków. W artykule nieciągłe jest pole przemieszczeń  $\mathbf{u}$ , natomiast rzut tensora naprężeń  $\boldsymbol{\sigma}$  na kierunek normalny do powierzchni  $S^d$  jest ciągły, a siły kohezji  $\mathbf{t}^d$  zależą od wektora otwarcia się rysy, tj.:

$$[\![\mathbf{u}]\!] \neq 0, \quad [\![\boldsymbol{\sigma}]\!]\mathbf{n}^d = 0, \quad \boldsymbol{\sigma}\mathbf{n}^d = \mathbf{t}^d, \quad \mathbf{t}^d = \mathbf{t}^d([\![\mathbf{u}]\!]) \quad \text{na } S^d \quad (3)$$

W kolejnych artykułach [H5, H11] rozpatrywane były złożone zadania termo-mechaniczne w kontekście propagacji rysy, gdzie wykorzystuje się koncepcję podprzestrzeni 2D dla sił kohezji. Do analizy dochodzą jeszcze dwa pola: temperatury  $\Theta$  jako podstawowe oraz strumień ciepła  $\mathbf{q}$  jako pole wtórne. Analiza nieciągłości dotyczy również tych pól, które na  $S^d$  spełniają następujące warunki:

$$[\![\Theta]\!] \neq 0, \quad [\![\mathbf{q}]\!]\cdot\mathbf{n}^d = 0, \quad \mathbf{q}\cdot\mathbf{n}^d = q^d \quad (4)$$

Tym razem model sił kohezji wzbogaca się o zależność od temperatury  $\Theta$

$$\mathbf{t}^d = \mathbf{t}^d([\![\mathbf{u}]\!], \Theta) \quad \text{na } S^d \quad (5)$$

Dodatkowo w pracach tych rozpatruje się przepływ ciepła przez rysę, gdzie przepływ ten jest wyznaczany przez strumień ciepła przepływający przez rysę  $q^d$ . Strumień ten jest zależny od wartości otwarcia się rysy, różnicy temperatury po obydwu stronach rysy, jak również od wartości średniej gradientu temperatury po obydwu stronach rysy:

$$q^d = q^d([\![\mathbf{u}]\!], [\![\Theta]\!], \langle \nabla \Theta \rangle) \quad \text{na } S^d \quad (6)$$

Z równania (6) widać, że pole przemieszczeń, reprezentowane tutaj przez wartość otwarcia rysy, wpływa na przepływ ciepła przez materiał. Im bardziej rysa się otwiera, tym bardziej stanowi ona blokadę

dla swobodnego przepływu ciepła. Natomiast w przypadku, gdy rysa się zamyka, przepływ ciepła jak dla niezniszczonego materiału zostaje przywrócony.

Zarówno siły kohezji i strumień ciepła przechodzący przez rysę, przedstawione w równaniach (5) i (6), są nieliniowe w odniesieniu do przedstawionych argumentów. Z tego względu wymagają one linearyzacji w przyrostowo-iteracyjnym modelu numerycznym. Linearyzacja, w tym wypadku, polega na wyznaczeniu iteracyjnych przyrostów korzystając z odpowiednich pochodnych cząstkowych

$$\delta t^d = \frac{\partial t^d}{\partial [\mathbf{u}]} \cdot \delta [\mathbf{u}] + \frac{\partial t^d}{\partial \Theta} \delta \Theta \quad (7)$$

$$\delta q^d = \frac{\partial q^d}{\partial [\mathbf{u}]} \cdot \delta [\mathbf{u}] + \frac{\partial q^d}{\partial [\Theta]} \delta [\Theta] + \frac{\partial q^d}{\partial \langle \nabla \Theta \rangle} \cdot \delta \langle \nabla \Theta \rangle \quad (8)$$

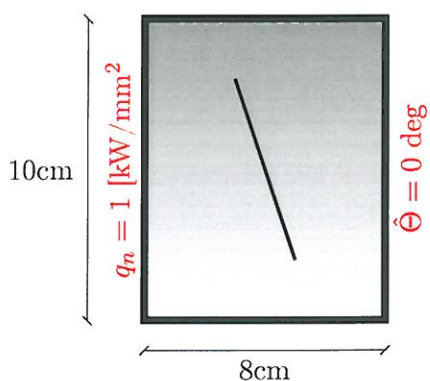
gdzie znak  $\delta$  służy do oznaczenia iteracyjnego przyrostu wartości. Rozwinięcie pochodnych cząstkowych w równaniach (7) i (8) jest zaproponowane w przytoczonych pracach. Zaprezentowane podejście ma charakter ogólny i może być zastosowane dla różnych praw konstytutywnych oraz różnych zjawisk. Tak więc np. w pracy [H5] zaproponowałem model rysy kohezijnej, gdzie energie pęknięcia  $G_I$  i  $G_{II}$ , tj. odpowiednio dla obciążenia rysy typów I i II, zależą od temperatury. Natomiast ciepło pomiędzy dwoma stronami rysy przekazywane jest poprzez przewodnictwo powietrza znajdującego się w otwartej rysie, elementy mostkujące w otwierającej się rysie czy też poprzez radiację. Dodatkowo w powyższej pracy zostało uwzględnione przemieszczenie styczne otwierającej się rysy podczas przepływu ciepła. Ostatecznie przedstawiłem zaawansowany termo-mechaniczny przyrostowo-iteracyjny model numeryczny dla propagacji rysy w materiale quasi-kruchym.

Propagacja rysy jest związana ze zmianą dyskretyzacji, która musi być za każdym razem dostosowana do aktualnej geometrii rysy. Przy zastosowaniu XFEM siatka elementów skończonych się nie zmienia, ale zmianie ulegają węzły posiadające dodatkowe stopnie swobody jak i zmianie ulegają nośniki funkcji wzbogacających. To ogólnie powoduje zmianę aproksymacji i liczby stopni swobody. Prowadzi to do konieczności tzw. przenoszenia historii z poprzedniej dyskretyzacji do aktualnej. Jest to szczególnie ważny problem, gdy analizuje się problemy niestacjonarne. W tym celu zaproponowałem adaptację opartą o podejście metodą najmniejszych kwadratów, gdzie bieżące pola temperatury oraz przemieszczeń zostają przeniesione z poprzedniej na aktualną dyskretyzację. We wspomnianych pracach zaproponowane podejścia zostały zilustrowane numerycznymi przykładami. Jako przykładowe wyniki na Rys. 1 przedstawiono wynik analizy przepływu ciepła w przypadku, gdy w obszarze jest tzw. adiabatyczna rysa, tzn. taka, przez którą nie może przechodzić ciepło. Natomiast na Rys. 2 pokazano pole temperatury oraz strumień ciepła przy otwierającej się rysie.

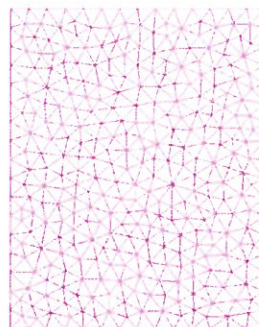
### 2.4.2 Analiza płyt warstwowych

W kolejnej mojej pracy [H13], która była zrealizowana ze współpracownikami, wykorzystałem XFEM do analizy wielowarstwowej struktury, jaką jest np. szyba warstwowa (laminowana). W tym wypadku użyta została nieciągła aproksymacja do znalezienia rozwiązania ciągłego problemu. W artykule analizowana jest szyba warstwowa poddana złożonemu termo-mechanicznemu obciążeniu.

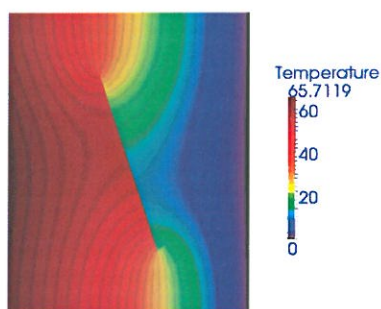
Szyba warstwowa (*ang. laminated glass*) jest strukturą warstwową i składa się z dwóch lub więcej tafli szkła połączonych za pomocą cienkiej folii polimeru. Szklane tafle mają zazwyczaj grubość 5–10 mm, podczas gdy polimerowe warstwy spajające mają zwykle grubość 0.038–1.0 mm. Folie spajające wykonane są zazwyczaj z PVB (poliwinylobutyral) lub EVA (kopolimer etylenu z octanem winylu). Z uwagi na swoją budowę szyby warstwowe to laminaty trudne do analizy numerycznej. Polimery, takie jak PVB, mają własności materiałowe znacznie różniące się od szkła w zakresie mechanicznym jak i termicznym. Pomimo tego, że warstwa spajająca jest bardzo cienka, to jej wpływ na termo-mechaniczne zachowanie całej konstrukcji szyby warstwowej jest dosyć znaczny. Na przykład materiał PVB ma współczynnik przewodności cieplnej ponad dziesięć razy mniejszy od szkła, a więc jest dobrym izolatorem cieplnym w porównaniu do szkła. Z kolei moduł Younga PVB jest tysiącrotnie mniejszy w porównaniu do takiego modułu dla szkła.



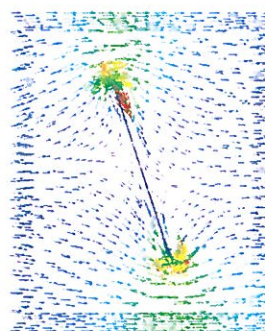
(a) geometria z warunkami brzegowymi



(b) siatka elementów skończonych

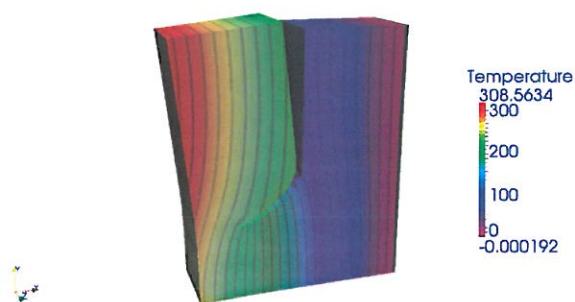


(c) mapa rozkładu temperatury

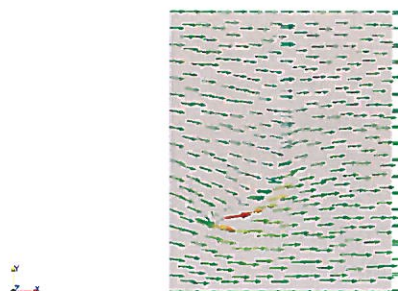


(d) mapa wektorów strumieni ciepła

Rysunek 1: Ilustracja zastosowania XFEM to problemu przepływu ciepła przez obszar z rysą adiabatyczną [H5].



(a) mapa temperatury na zdeformowanym obszarze



(b) mapa wektorów strumieni ciepła

Rysunek 2: Przykład przepływu ciepła przez otwierającą się rysę [H5].

Szyba warstwowa składa się z różnych, położonych warstwowo materiałów, tj. szkła i polimeru. Płaszczyzna nieciągłości  $S^d$  to w tym wypadku powierzchnie styku dwóch materiałów. W takiej strukturze warstwowej zarówno pole temperatury jak i przemieszczeń są ciągłe. Natomiast pola wtórne, tj. strumienie ciepła oraz naprężenia wykazują nieciągłość w kierunkach stycznych do  $S^d$ , tj.:

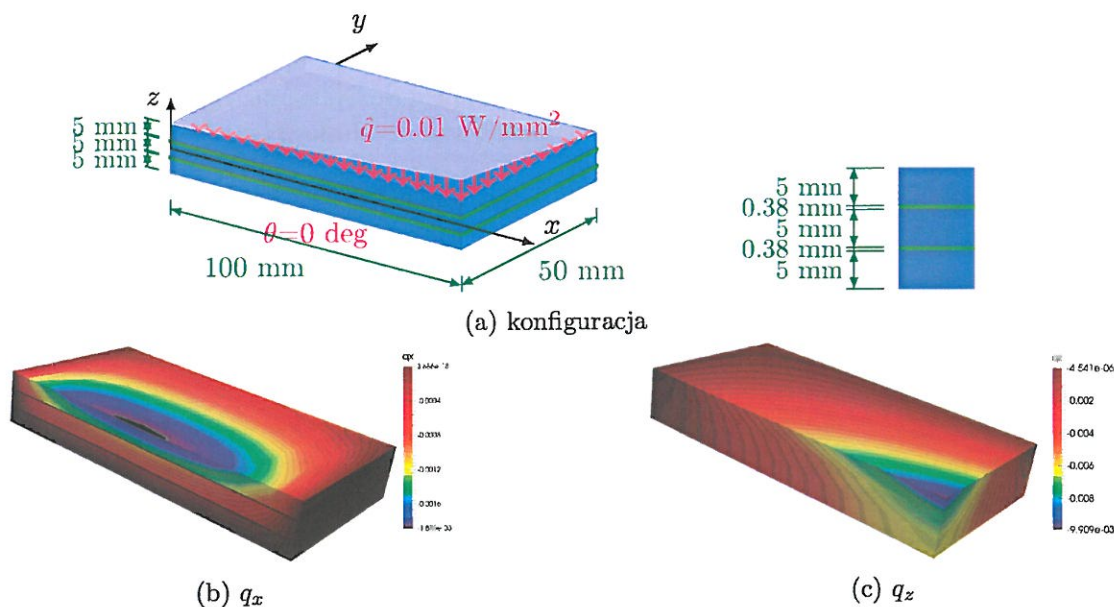
$$\begin{aligned} [\mathbf{u}] &= \mathbf{0}, & [\boldsymbol{\sigma}] \mathbf{n}^d &= \mathbf{0}, & [\boldsymbol{\sigma}] \mathbf{s}^d &\neq \mathbf{0} \\ [\Theta] &= 0, & [\mathbf{q}] \cdot \mathbf{n}^d &= 0, & [\mathbf{q}] \cdot \mathbf{s}^d &\neq 0 \end{aligned} \quad \text{na } S^d \quad (9)$$

W pracy [H13] została przeprowadzona pełna numeryczna analiza 3D zachowania się szyby warstwowej poddanej złożonemu termo-mechanicznemu obciążeniu. W tej analizie cienka warstwa spajająca, wykonana z PVB, nie była przestrzennie dyskretyzowana. Wykorzystałem fakt, że grubość tej warstwy jest ponad dwudziestokrotnie mniejsza od grubości całej konstrukcji i opis przestrzenny warstwy PVB został zrealizowany przy pomocy całki po powierzchni środkowej PVB. W całości tej bierze się pod uwagę model fizyczny PVB oraz grubość tej warstwy. W szybie warstwowej występuje wzajemne przemieszczenie się tafli szklanych, co można traktować jako nieciągłe pole przemieszczeń. Dlatego też można było zastosować XFEM do modelowania szyby warstwowej. W rezultacie cała objętość szyby warstwowej była dyskretyzowana przestrzenną siatką elementów skończonych, przy czym w siatce tej nie trzeba było uwzględniać w żaden sposób warstwowej budowy szyby warstwowej. Za pomocą metody zbiorów poziomujących została wprowadzona nieciągłość do pola aproksymacyjnego, gdzie na powierzchni nieciągłości modelowano opór warstwy polimerowej przy względnym przemieszczaniu się tafli szklanych. W ten sposób wyprowadziłem trójwymiarowy model numeryczny do termo-mechanicznej analizy szyby warstwowej. W pracy przedstawiono przykłady, gdzie wyniki otrzymane z mojego modelu numerycznego porównano zarówno z wynikami eksperymentalnymi jak i z wynikami z pakietu ABAQUS, gdzie zastosowano standardowy trójwymiarową FEM. Z zaprezentowanych przykładów jasno wynika, że zaproponowany w artykule model numeryczny jest poprawny. W kolejnej pracy [H10] zaproponowałem rozszerzenie zastosowanie XFEM do przypadku opisu procesu delaminacji w szybach warstwowych. W tym wypadku zaproponowałem nieliniowy model numeryczny, gdzie oddziaływanie warstwy wpajającej opisano za pomocą sił spajających, których wartości zależą od wzajemnego przemieszczania się tafli szklanych.

Numeryczna analiza struktur warstwowych ze szczególnym uwzględnieniem szyb warstwowych była tematem moich dwóch kolejnych artykułów [H3, H4], które były przygotowane wraz ze współpracownikami. W artykułach zaproponowałem metodę obliczeniową służącą do pełnej trójwymiarowej analizy numerycznej płyt warstwowych, gdzie do obliczeń wykorzystuje się tylko dwuwymiarową siatkę elementów skończonych. Metoda ta została nazwana FEM23 (*ang. 2D finite element method for 3D analysis*). FEM23 polega na jawnym wyróżnieniu kierunku po grubości płyty i kierunków w płaszczyźnie płyty zarówno jeżeli chodzi o aproksymację, różniczkowanie jak i całkowanie. FEM23 jest najpierw przedstawiona oraz zweryfikowana dla jednorodnej płyty, a następnie, poprzez zastosowanie odpowiedniej agregacji, metoda ta jest uogólniona na przypadek płyty wielowarstwowej.

Aproksymacja w FEM23 jest przedstawiona jako kombinacja aproksymacji dwuwymiarowej w płaszczyźnie płyty z aproksymacją jednowymiarową (1D) w kierunku po grubości płyty. Aproksymacja w płaszczyźnie jest oparta na dwuwymiarowej siatce elementów skończonych, podczas gdy do aproksymacji po grubości użyto wielomianów Lagrange'a. Stopnie aproksymacji w płaszczyźnie oraz po grubości są od siebie niezależne i można je dobierać w zależności od potrzeb. W przytoczonych pracach w płaszczyźnie używano elementów 2D drugiego stopnia, podczas gdy po grubości używano aproksymacji 1D pierwszego, drugiego lub czwartego stopnia w zależności od grubości płyty lub warstwy. Przy zastosowaniu tak zbudowanej aproksymacji można w bardzo łatwy sposób aproksymować temperaturę oraz przemieszczenia w jednorodnej jak i wielowarstwowej płycie.

W FEM23 gradient przestrzenny jest w sposób jawny rozpisany na gradient płaszczyznowy oraz pochodną po grubości. Podobnie jest z całką przestrzenną, która jest przedstawiona jako złożenie całki powierzchniowej oraz całki po grubości. Całka po grubości jest całką jednowymiarową i zastępuje się ją procedurą całkowania numerycznego Gaussa z odpowiednim rzędem kwadratury dostosowanym do stopnia aproksymacji po grubości płyty. W ten sposób doprowadza się do trójwymiarowego modelu numerycznego płyty, gdzie korzysta się wyłącznie z dwuwymiarowej siatki elementów skończonych. W przypadku płyty wielowarstwowej podobną procedurę stosuje się dla każdej warstwy, a następnie agreguje się do jednego globalnego modelu numerycznego.



Rysunek 3: Trójtaflowa szyba warstwowa poddana termomechanicznemu obciążeniu: geometria i warunki brzegowe (a), składowe strumieni ciepła (b) i (c), [H4].

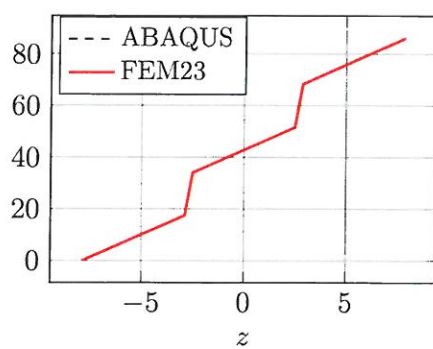
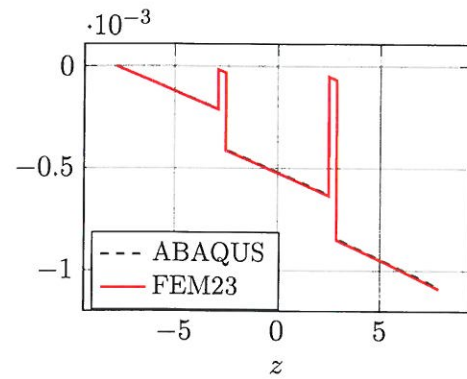
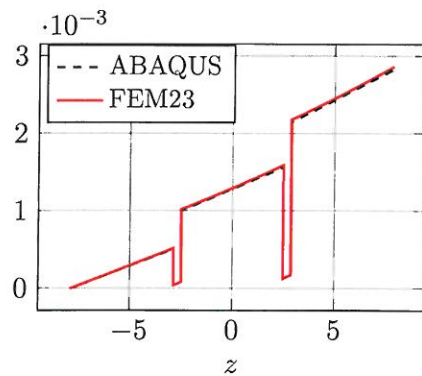
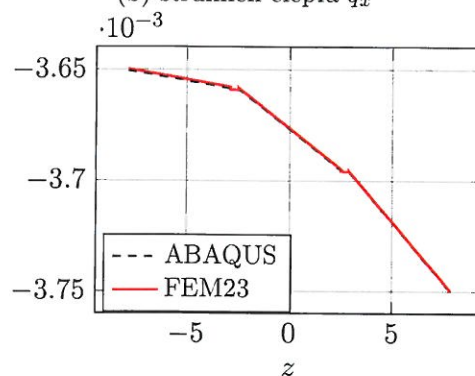
Częścią składową FEM23 jest postprocessing, który pozwala na to, aby w sposób wizualny przedstawić 3D rezultaty zapisane na 2D siatce elementów skończonych. Dzięki temu można przedstawić np. rozkład temperatury czy też zdeformowaną płytę. Jest również możliwość zaprezentowania rozkładu pól wtórnych, tj. strumieni ciepła i naprężeń. Dla płyt wielowarstwowych, dzięki postprocessingowi, można w dokładny sposób pokazać nieciągłości pól. W ramach postprocessingu zaproponowałem procedurę do wygładzania pól wtórnych, tj. strumieni ciepła i naprężeń. Procedura ta wykorzystuje metodę wygładzania znaną pod nazwą Zienkiewicz-Zhu, która została dostosowana do FEM23.

Wszystkie przykłady zaprezentowane w artykułach [H3, H4] zostały przygotowane i obliczone w programie, który został opracowany i jest rozwijany przez mnie i mój zespół. Program obliczeniowy został przygotowany w środowisku Matlab, natomiast wizualizacje były wykonane przy pomocy pakietu Paraview. Program pozwala na analizowanie płyt wielowarstwowych o dowolnej liczbie warstw, gdzie grubości warstw są praktycznie dowolne. Tak więc np. grube warstwy mogą być przedzielane bardzo cienkimi warstwami. Każda z warstw może być wykonana z różnych materiałów różniących się własnościami mechanicznymi i termicznymi. Za pomocą programu można analizować stacjonarny i niestacjonarny przepływ ciepła przez płytę oraz płytę obciążoną mechanicznie.

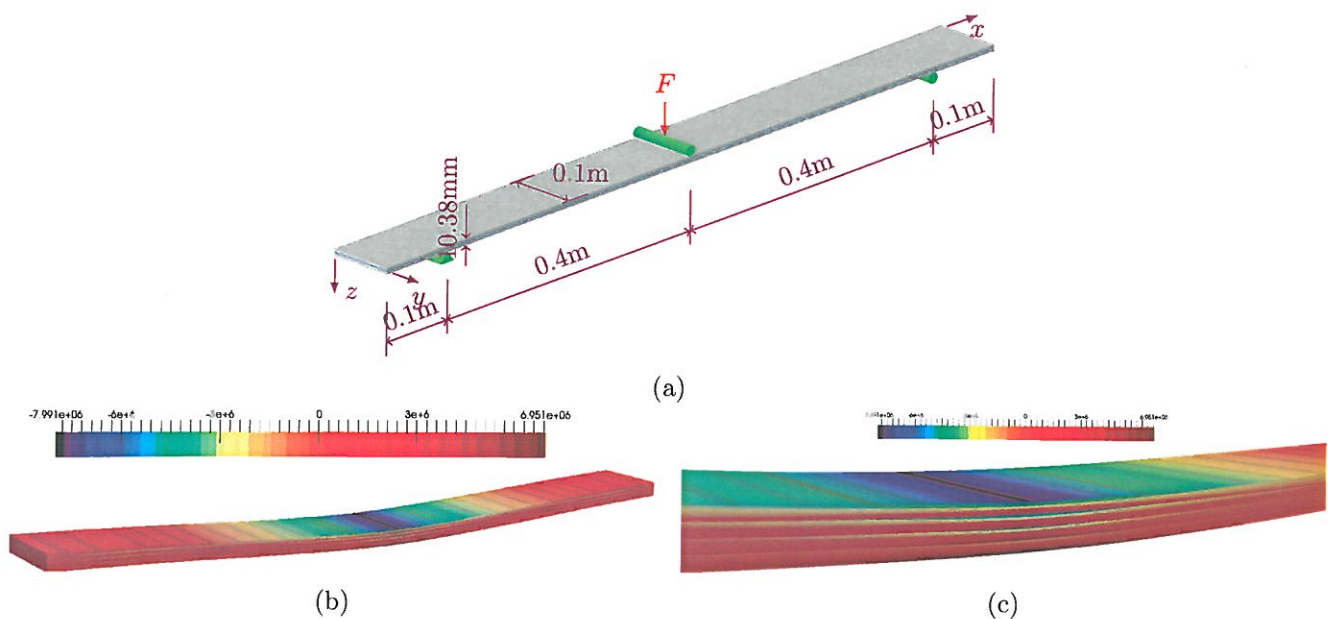
Przykład analizy szyby warstwowej obciążonej termicznie jest pokazany na Rys. 3(a). Jest to trójtaflowa szyba warstwowa, gdzie każda tafla szklana jest o grubości 5 mm i tafle te są przedzielone warstwami PVB o grubości 0.38 mm. Wyniki w postaci map 3D strumienia ciepła  $q_x$  i  $q_z$  są pokazane na Rys. 3(b) i (c). Można tutaj zauważyć, że wyniki dla  $q_x$  są nieciągłe w miejscach łączenia tafli szklanych, natomiast strumień ciepła dla kierunku prostopadłego  $q_z$  jest ciągły. Nieciągłości rozwiązania można wyraźniej zobaczyć na Rys. 4, gdzie pokazano wykresy temperatury oraz składowych wektora strumienia ciepła po grubości płyty. Na wykresach tych porównano wyniki uzyskane z programu ABAQUS oraz za pomocą FEM23, jak można zauważyć wyniki są ze sobą zbieżne.

Inny przykład to analiza trzypunktowo zginanej płyty wykonanej z 4-taflowej szyby warstwowej. Płytę z szyby warstwowej analizowano FEM23, dzięki czemu uzyskano pełne trój-wymiarowe wyniki. Wymiary oraz warunki brzegowe zginanej płyty oraz mapy naprężeń  $\sigma_{xx}$  są pokazane na Rys. 5. Można zauważyć nieciągłości naprężenia w kierunku po grubości płyty. Te same wyniki, ale przedstawione w postaci wykresu po grubości płyty mierzonej w środku płyty pokazuje Rys. 6. Na wykresie są wyraźnie widoczne skoki naprężeń na granicach pomiędzy taflami szklanymi a polimerem spajającym.

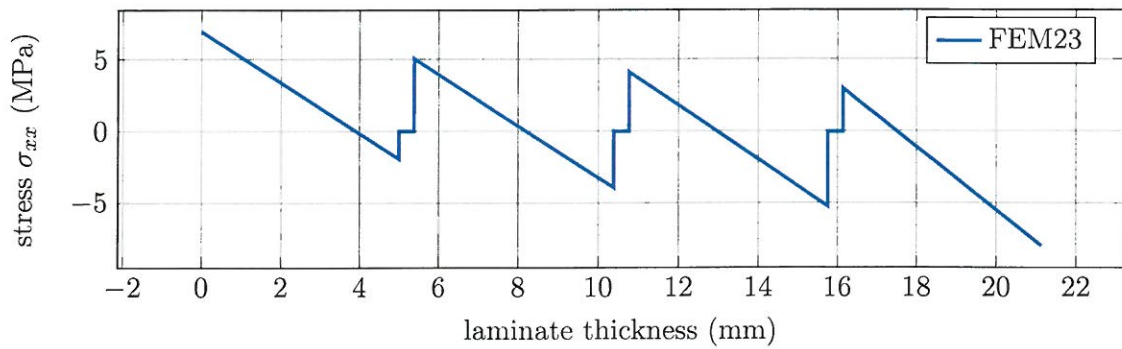
Po pewnych modyfikacjach FEM23 może być zastosowana do zakrzywionych laminatów warstwowych (tj. powłok wielowarstwowych). Częściowe wyniki z tych prac znajdują się w materiałach konferencyjnych dwóch konferencji: TKI206 i SSTA2017 [C1, K1].

(a) temperatura  $\Theta$ (b) strumień ciepła  $q_x$ (c) strumień ciepła  $q_y$ (d) strumień ciepła  $q_z$ 

Rysunek 4: Wykresy wartości temperatury i składowych strumieni ciepła wzdłuż grubości szyby warstwowej w punkcie  $(x, y) = (75, 25)$  [mm] wyznaczone ABAQUS i FEM23, [H4].



Rysunek 5: Trzypunktowo zginana płyta cztero-taflowej szyby warstwowej: geometria i warunki brzegowe (a), mapa 3D  $\sigma_{xx}$  dla całej płyty (b) i dla środkowej części płyty (c), [H3].



Rysunek 6: Rozkład naprężenia  $\sigma_{xx}$  wzdłuż grubości cztero-taflowej szyby warstwowej w środku płyt, [H3].

### 2.4.3 Łączenie metod obliczeniowych

Inne klasy problemów, które rozważałem to poszukiwanie rozwiązania, które jest ciągle zarówno jeżeli chodzi o pola podstawowe jak i wtórne, ale przy użyciu nieciągłej aproksymacji. Taka sytuacja pojawia się w przypadku łączenia dwóch metod: FEM i MFDM, co było tematem dwóch opublikowanych prac [H6, H12]. We wspomnianych artykułach analizowane były odpowiednio problem przepływu ciepła oraz sprzężony termo-sprężysty problem w obszarach 2D i 3D, gdzie rozpatrywane były zarówno problemy stacjonarne jak i niestacjonarne.

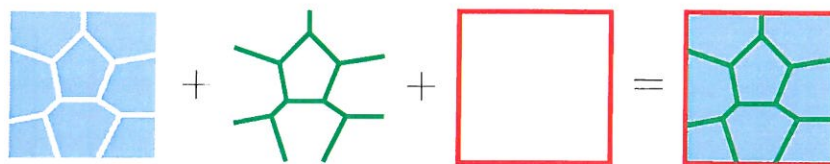
W pracach założono, że obszar rozwiązania jest podzielony na dwa podobszary: FEM i MFDM, tzn. podobszar, na którym stosowano FEM oraz podobszar, gdzie została zastosowana MFDM. W odróżnieniu do innych znanych sposobów łączenia dwóch metod, tutaj założono a priori, że aproksymacje FEM i MFDM nie są ciągłe w miejscu łączenia się tych dwóch podobszarów. W tym wypadku  $S^d$  to powierzchnia lub krzywa w miejscu łączenia się dwóch rozpatrywanych podobszarów. Tym razem na  $S^d$  nieciągłe jest pole aproksymacyjne, a to oznacza, że macierz aproksymacyjna jest nieciągła. Przy łączeniu dwóch metod należy dobrać wektor stopni swobody w taki sposób, aby rozwiązanie było ciągłe na całym obszarze, a szczególnie na  $S^d$ . Na przykład aproksymacja pola przemieszczeń  $u$  na  $S^d$  jest ciągła przy zastosowaniu nieciągłych funkcji aproksymacyjnych, tj.:

$$\begin{aligned} \llbracket u \rrbracket &= \llbracket \Phi_u \rrbracket \tilde{u} \approx 0 \\ \llbracket \Phi_u \rrbracket &\neq 0 \end{aligned} \quad \text{na } S^d \quad (10)$$

gdzie  $\Phi_u$  jest macierzą aproksymacyjną. W równaniu (10)  $\tilde{u}$  jest wektorem stopni swobody, który jest tak dobrany aby rozwiązanie na  $S^d$  było prawie ciągłe, pomimo nieciągłej macierzy aproksymacyjnej.

Aby połączyć obydwie metody założyłem, że  $S^d$  ma niezerową grubość, z tym że grubość ta jest na tyle mała, że ma znikomy wpływ wyniki obliczeń. Dzięki temu można połączyć ze sobą aproksymacje z dwóch stron, niezależnie od tego jakie one są. W dwóch wspomnianych artykułach połączono FEM i MFDM, ale metodę można wykorzystać do łączenia innych metod. Zaproponowana metoda łączenia jest na tyle ogólna, że można ją było zastosować w sytuacji, gdy w FEM wykorzystano sformułowanie Bubnowa-Galerkina, tj. ta sama baza dla funkcji testowych i wagowych, natomiast w MFDM wykorzystano sformułowanie Petrova-Galerkina, tj. różne bazy dla funkcji testowych i wagowych. Ponieważ MFDM, jak i inne tzw. metody bezsiatkowe, wykorzystują nieinterpolującą aproksymację, więc pojawia się problem uwzględniania podstawowych warunków brzegowych, tj. warunków Dirichleta. W przytoczonych pracach zaproponowałem efektywny sposób rozwiązania tego problemu. Idea sposobu uwzględniania warunków brzegowych jest podobna do sposobu łączenia dwóch metod, tzn. na brzegu z podstawowymi warunkami brzegowymi (brzeg Dirichleta) przyjęto dodatkowo znikomo cienką warstwę materiału, która była między dyskretyzowanym obszarem a brzegiem Dirichleta. Dzięki temu można było połączyć wartości aproksymacji z jednej strony z warunkami brzegowymi z drugiej strony. Należy tutaj zaznaczyć, że taki sam sposób uwzględnienia warunków brzegowych można również zastosować dla FEM.

W ten sposób powstała jednolita metoda łącząca ze sobą dwie różne metody obliczeniowe oraz uwzględniająca warunki brzegowe. Metoda ta została wyprowadzona dla zadania 3D, ale można ją stosować również dla zadań 2D. Podział obszaru na podobszary może być dowolny, przy czym dany podobszar może się składać z jednego lub wielu odseparowanych od siebie części. Metoda FEM-MFDM została wykorzystana do rozwiązania wielu przykładów, gdzie niektóre z nich to przykłady benchmarkowe, tzn. ze



Rysunek 7: Siatka w DGM składa się ze zbiorów komórek, szkielet oraz brzegu zewnętrznego [H7].

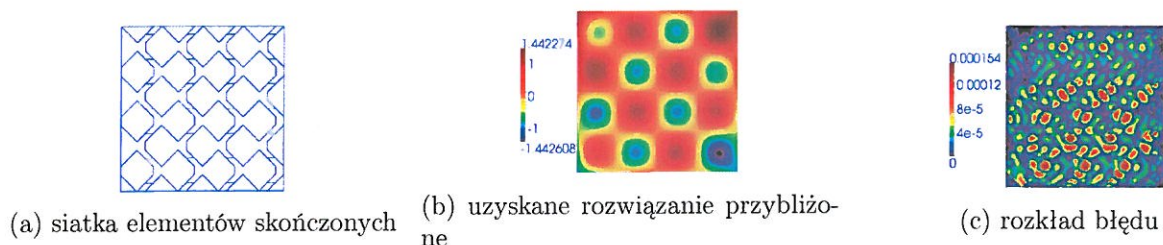
znanyymi rozwiązaniami dokładnymi. Na przykładach pokazano, że metoda jest poprawna oraz stabilna numerycznie. W artykułach zastosowano metodę FEM-MFDM do rozwiązywania problemów przepływu ciepła, czy też termo-sprężystości zarówno w 2D jak i 3D.

#### 2.4.4 Nieciągła metoda Galerkina

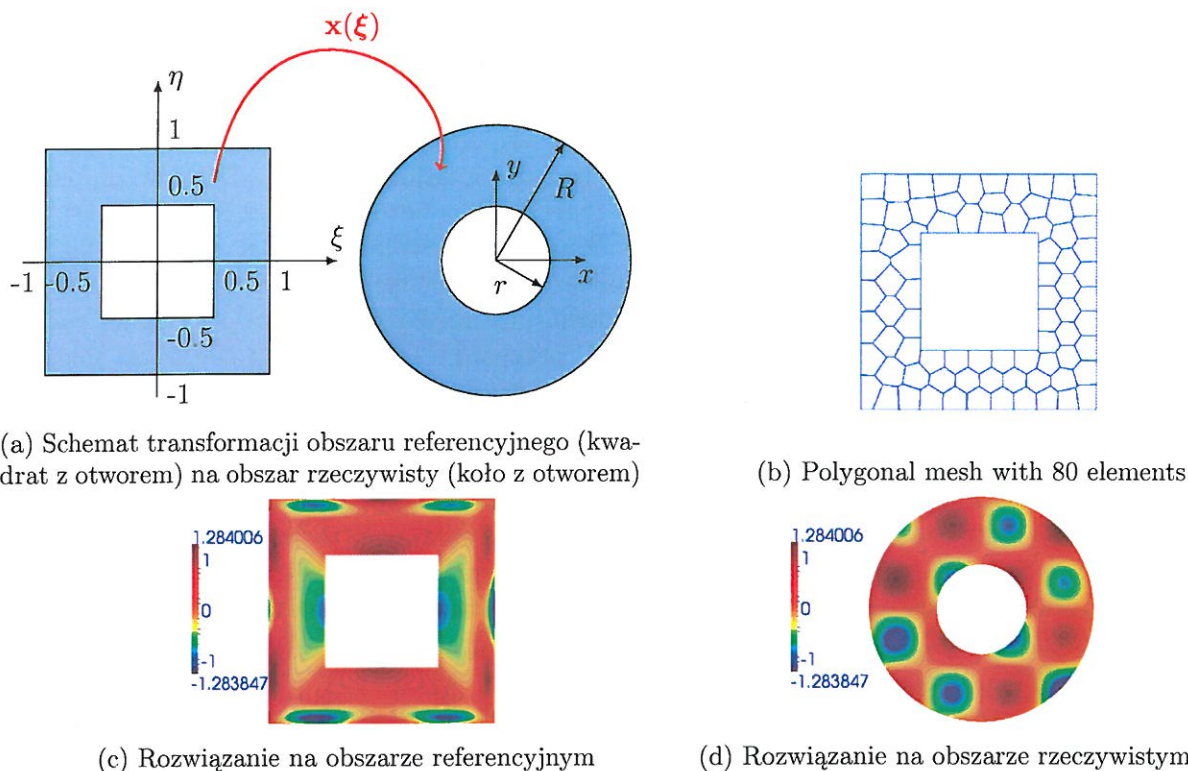
Rozwijanie nieciągłej metody Galerkina (*discontinuous Galerkin method*) (DGM) stanowi istotną część moich badań, gdzie ich rezultaty zostały opublikowane w sześciu artykułach [H1, H2, H7–H9, H14], z których w pięciu jestem jedynym autorem. W swoich badaniach zajmowałem się DGM w problemach 2D. W metodzie tej stosuje się siatkę elementów skończonych, ale w odróżnieniu od FEM, aproksymacja pomiędzy poszczególnymi elementami nie jest ciągła. Z uwagi na swoje własności elementy skończone w DGM mogą mieć dowolne kształty [H7]. W DGM należy wymusić ciągłość rozwiązania na granicach między elementami skończonymi, gdzie w literaturze struktura międzyelementowa nosi nazwę szkieletu siatki elementów skończonych, lub w skrócie szkielet. W przypadku DGM szkielet siatki jest miejscem, gdzie aproksymacja jest nieciągła, stąd więc szkielet będzie oznaczany przez  $S^d$ . Dla zadań 2D szkielet składa się ze zbioru prostych odcinków, jak pokazano na Rys. 7. Wzdłuż szkieletu należy zastosować odpowiednią procedurę, która zapewni ciągłość końcowego rozwiązania.

W literaturze w DGM powszechnie stosowana jest metoda Nitsche’go do wymuszania ciągłości rozwiązania numerycznego, na którą można patrzeć jako na zmodyfikowaną metodę kary. W swych badaniach zaproponowałem dwie alternatywne metody opublikowane w pracach [H7, H9]. W szczególności, w artykule [H9] zaproponowałem wprowadzenie na szkielecie specjalnych, bardzo wąskich elementów skończonych, których zadaniem jest łączenie aproksymacji z dwóch przylegających do siebie standardowych elementów skończonych. Jest to koncepcja, która wykazuje pewne podobieństwo do tzw. elementów interfejsowych, dlatego w pracy metoda ta została nazwana interfejsową DGM (IDGM). W celu oszacowania błędu a posteriori zmodyfikowałem procedurę Zienkiewicza-Zhu, pierwotnie przygotowana dla FEM, tak aby była dostosowana do IDGM. Na tej bazie zaproponowałem adaptację siatki elementów skończonych typu  $hp$ , w której sąsiadujące elementy skończone mogły być nieprzystające (*ang. non-conforming*) jeżeli chodzi o geometrię jak i stopień aproksymacji.

Inny sposób wymuszania ciągłości rozwiązania zaproponowałem w artykule [H7]. Polega ona na tym, że ciągłość rozwiązania wymusza się przy pomocy jednowymiarowej aproksymacji rozpiętej na sąsiadujących elementach skończonych w kierunku normalnym do szkieletu. Tę aproksymację jednowymiarową konstruuje się w blisko szkieletu z wykorzystaniem formuł różnicowych. Dzięki temu uzyskano metodę obliczeniową, którą w artykule nazwano DGFDM (*DG with finite difference method*). W artykule pokazano, że DGFDM jest stabilna numerycznie i daje poprawne wyniki dla standardowych elementów skończonych, tj. trójkątnych i czworokątnych, jak i wielokątnych o dowolnych kształtach. W pracy stosowano np. elementy o kształtach wklęsłych, z otworami lub składające się z dwóch części. Za każdym razem otrzymano poprawne wyniki dla typowych i nietypowych elementów skończonych. Na Rys. 8 przedstawiono przykładowe wyniki takiej analizy. Obliczenia były przeprowadzone na siatce elementów skończonych, gdzie elementy miały kształt rybek. Można zauważyć, że pojedynczy element skończony to wielobok posiadający kilka miejsc wklęsłych. Pomimo tego otrzymane wyniki są ciągłe i wysokiej jakości, co można zauważyć na mapie z rozkładem błędu. Taka nietypowa siatka elementów skończonych, gdzie elementy mają kształty rybek, została zbudowana w moim zespole. Warto tutaj zauważyć, że do tej pory tak nietypowe siatki elementów skończonych były stosowane w metodzie elementów wirtualnych (*ang. virtual element method*) (VEM). Natomiast w opracowanej przeze mnie DGFDM można stosować elementy skończone o dosyć dowolnych kształtach. VEM jest to metoda która stosuje wyrafinowaną aproksymację, co sprawia, że metoda ta jest dosyć skomplikowana i dlatego rzadko wykorzystywana przez badaczy.



Rysunek 8: Siatka składająca się z elementów nietypowego kształtu (rybek) oraz rozwiązanie uzyskane na tej siatce wraz z rozkładem błędu [H7].

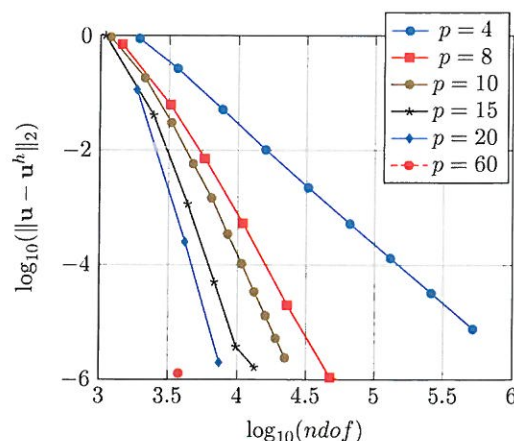


Rysunek 9: Ilustracja obliczeń DGFD z wykorzystaniem referencyjnego obszaru [H14].

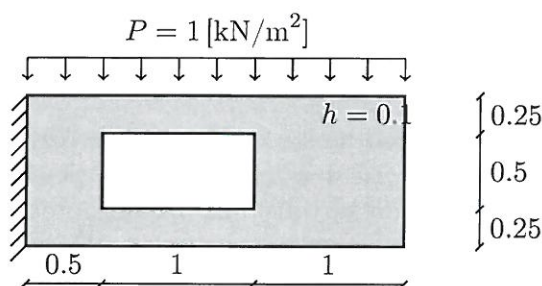
DGFD ma tę przewagę nad VEM, że jest metodą znacznie prostszą, gdyż stosuje się niezwykle proste funkcje bazowe, które są niezależne od kształtu elementów skończonych.

Elementy wielokątne w DGFD wykorzystałem też w artykule [H14], gdzie jednak głównym tematem były obliczenia na tzw. obszarze referencyjnym. Czasami obszary, na których jest zdefiniowany problem brzegowy, mają skomplikowane kształty, z czym wiążą się problemy dyskretyzacyjne. W przypadku np. gdy brzeg zewnętrzny jest zakrzywiony, standardowo stosuje się zagęszczoną siatkę w pobliżu tego brzegu lub stosuje się elementy izoparametryczne wyższego rzędu. To jednak nie pozwala na ścisłe odwzorowanie geometrii rozpatrywanego obszaru. Zaproponowałem, aby do obliczeń wykorzystać prosty geometryczny obszar referencyjny, na którym generuje się siatkę elementów skończonych i wykonuje się wszelkie obliczenia. Pomiedzy obszarem rzeczywistym a referencyjnym buduje się matematyczną transformację, która potrafi odtworzyć geometrię obszaru rzeczywistego w sposób ścisły, a jeżeli się nie da w sposób ścisły, to odwzorowanie jest bardzo dokładne. Na Rys. 9 przedstawiono przykład obliczeń na obszarze referencyjnym. Aby skorzystać z obliczeń na obszarze referencyjnym należy zbudować transformację pomiędzy obszarami referencyjnym a rzeczywistym  $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\xi)$ . W artykule zaproponowałem znalezienie takiej transformacji jako rozwiązanie równań różniczkowych rzędu drugiego, a stosując DGFD z dowolnymi funkcjami bazowymi można znaleźć rozwiązanie takich problemów brzegowych.

W dwóch kolejnych artykułach [H1, H2] skorzystałem z faktu, że w DGFD można stosować dowolne



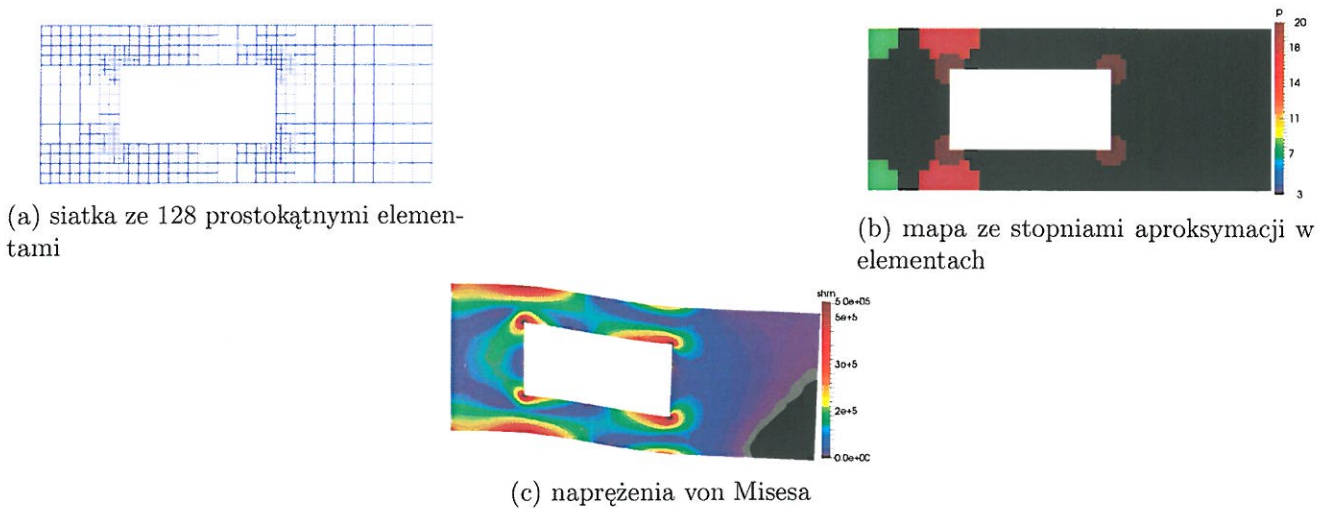
Rysunek 10: Wykresy tempa zbieżności dla 2D zadania sprężystości dla różnych stopni aproksymacji [H2].



Rysunek 11: Wspornik z otworem prostokątnym [H2].

funkcje bazowe. W pracach tych zastosowałem wielomiany Czebyszewa i Legendre'a do aproksymacji w DGFD. Wielomiany te mają tę własność, że są ortogonalne lub ortogonalne w wagę. Są one zdefiniowane w przestrzeni 1D, ale poprzez iloczyn kartezjański funkcji można zbudować bazę wielomianową w 2D i 3D. Poprzez zastosowanie wielomianów ortogonalnych w zadaniach jedno- i dwuwymiarowych jest możliwe uzyskanie rozwiązania aproksymacyjnego bardzo wysokiego stopnia. W FEM można maksymalnie uzyskać stopień aproksymacji  $p$  nie przekraczający 10, gdyż stosowanie elementów wyższego rzędu z reguły prowadzi do złego uwarunkowania globalnych macierzy, co z kolei wpływa negatywnie na jakość rozwiązania. Natomiast w DGFD, dzięki zastosowaniu ortogonalnych wielomianów, uzyskałem wysoką stabilność numeryczną nawet przy bardzo wysokich stopniach aproksymacji. Im wyższy stopień aproksymacji tym uzyskuje się szybsze tempo zbieżności. Na Rys. 10 pokazano tempo zbieżności DGFD dla zadania 2D sprężystości dla różnych wartości stopnia aproksymacji. Można zauważyć, że dla wysokich stopni aproksymacji krzywe zbieżności są bardzo nachylone, co skutkuje tym, że można uzyskać rozwiązanie wysokiej jakości przy stosunkowo małej liczbie stopni swobody. W powyższych pracach wykorzystałem taką własność DGFD, że w tej metodzie można stosować siatkę elementów skończonych z nieprzystającymi elementami. W artykule [H2] zaprezentowałem przykład, gdzie analizowałem prostokątny wspornik z prostokątnym otworem, Rys. 11. W wyniku obciążenia w narożach otworu oraz przy utwierdzeniu pojawiają się koncentracje naprężeń. W miejscach tych zastosowałem zagęszczenie siatki oraz elementy bardzo wysokiego rzędu, Rys. 12 (a), (b). Można tutaj zauważyć, że elementy 20-go stopnia bezpośrednio sąsiadują z elementami stopnia 3-go. Pomimo takiej siatki i przyjętych aproksymacji otrzymane rozwiązanie jest ciągłe i z wielką dokładnością odtworzone są duże gradienty naprężeń, Rys. 12 (c).

W nieciągłej metodzie Galerkin z założenia rezygnuje się z ciągłości pola aproksymacyjnego, mimo, że ostatecznie chcemy uzyskać rozwiązanie ciągłe lub niemal ciągłe. Używanie nieciągłych aproksymacji do rozwiązywania problemów ciągłych może wydawać się trochę dziwne. Jednak okazuje się, że rozszerzenie przestrzeni do funkcji nieciągłych daje nowe możliwości i pozwala na to, że otrzymane rozwiązanie jest lepszej jakości, niż gdyby zastosować ciągłe przestrzenie aproksymacyjne. W takim wypadku można stosować nieprzystające elementy skończone w sensie geometrycznym i aproksymacyjnym. Oznacza to, że stosując DGFD, można obok siebie zastosować elementy skończone duże i bardzo małe jak również



Rysunek 12: Siatka elementów skończonych z nieprzystającymi elementami (a) i (b) oraz otrzymany wynik (c) [H2].

w sąsiadujących elementach skończonych można stosować znacznie różniące się od siebie stopnie aproksymacji [H2, H9]. W DGFD można stosować dowolne wielokątne elementy skończone, których kształty mogą być stosunkowo łatwo dostosowane do kształtu analizowanego obszaru rozwiązania [H2, H7, H14]. W DGFD można stosować dowolne funkcje bazowe w elementach skończonych, jak również stosować funkcje globalne, których nośnik jest rozpięty na większej liczbie elementów skończonych [H9]. W ten sposób można łatwo zbudować mieszaną lokalno-globalną aproksymację, która może być wykorzystana do poszukiwania rozwiązania przybliżonego. Z uwagi na to, że w DGFD można stosować dowolne funkcje bazowe w elementach skończonych, zastosowałem wielomiany Chebysheva i Legendre'a w elementach prostokątnych, co umożliwiło uzyskanie aproksymacji bardzo wysokiego rzędu [H1, H2]. Używanie elementów bardzo wysokiego rzędu pozwala na uzyskanie wysokiej jakości rozwiązania numerycznego przy stosunkowo małej liczbie stopni swobody, co przekłada się pozytywnie na czasy obliczeń, a przez to na wysoką efektywność numeryczną.

## 2.5 Cykl publikacji z omówieniem i wyszczególnieniem elementów oryginalnych

[H1] **Jan Jaśkowiec**, Very high-order discontinuous Galerkin method in elliptic problems, *Computational Mechanics*, W korekcie po pozytywnych recenzjach, 2017, (IF: 2.861, MNiSW: 45), udział własny – 100%

W artykule tym pokazałem, w jaki sposób uzyskać nieciągłą metodę Galerkiną z rozwiązaniem bardzo wysokiego stopnia. W fachowej literaturze stosuje się elementy skończone wysokiego stopnia, gdzie elementy te sięgają rzędu co najwyżej  $p = 10$ , gdyż inaczej zmniejsza się stabilność obliczeniowa z powodu zwiększających się błędów zaokrągleń. W pracy skorzystano z tego, że w DGFD można stosować dowolne funkcje bazowe. Sposobem na zwiększenie stabilności jest zastosowanie ortogonalnych wielomianów Chebysheva i Legendre'a jako funkcje bazowe w elementach skończonych. Aby wykorzystać ortogonalność tych wielomianów, należy zastosować elementy prostokątne lub ewentualnie zastosować transformację geometrii elementów do kwadratowych elementów wzorcowych. Należy tutaj zwrócić uwagę, że transformacja taka dla DGFD jest bardziej złożona niż jest to np. w FEM, gdyż trzeba w tej transformacji uwzględnić całkowanie po szkielecie siatki. W pracy zastosowałem powyższe wielomiany w DGFD jak również w standardowej DGM i następnie pokazałem zbieżności obydwu tych metod. Jak się okazało, DGFD wykazywała się bardzo dobrą stabilnością nawet przy bardzo wysokich stopniach aproksymacji podczas gdy standardowa DGM przestała się zbiegać powyżej  $p = 10$ . W artykule opracowałem przykłady dla eliptycznych zadań skalarnych 1D i 2D, które można interpretować fizycznie jako przepływ ciepła. W przykładach tych analizowałem czasy obliczeń, z których wynikało, że przy zastosowaniu aproksymacji bardzo wysokiego stopnia w

DGFDM zyskuje się wysokiej jakości rozwiązanie ale również można w sposób znaczny zredukować czasy obliczeń. W DGFDM można stosować aproksymacje, gdzie elementy skończone z niskim stopniem aproksymacji mogą bezpośrednio przylegać do elementów bardzo wysokiego stopnia. W jednym z przykładów zastosowano taką mieszaną aproksymację. Analizowałem przykład przepływu ciepła i pojawiały się koncentracje strumieni ciepła. Za każdym razem otrzymywano ciągłe rozwiązanie, pomimo stosowania nieciągłych aproksymacji. Zaprezentowałem również inny przykład, gdzie analizowano obszar z zakrzywionymi brzegami, a obszar rozwiązania był geometrycznie odwzorowany w sposób ścisły przy wysokiej jakości rozwiązania.

#### Elementy oryginalne w pracy:

- zastosowanie ortogonalnych wielomianów Chebysheva i Legendre'a jako funkcje bazowe w DGFD,
- porównanie DGFDM ze standardową DGM dla bardzo wysokich aproksymacji,
- opracowanie algorytmu transformacji elementu do elementu wzorcowego dla DGFDM.

[H2] Jan Jaśkowiec, Application of discontinuous Galerkin method to mechanical 2D problem with arbitrary polygonal and very high-order finite elements, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 323: 389–415, 2017, (IF: 3.949, MNiSW: 45), udział własny – 100%

W pracy tej została wykorzystana metoda nieciągła Galerkina w wersji opracowanej przeze mnie w innych opublikowanych pracach [H7,H8] DGFDM. W tej pracy metoda DGFDM została dostosowana do dwuwymiarowego (2D) zadania mechaniki materiałów jakim jest analiza tarczy w płaskim stanie naprężenia. Obszar 2D był dyskretyzowany wielokątnymi elementami skończonymi o dowolnych kształtach. Elementy skończone mogą mieć kształt np. ośmiokątów, pięciokątów lub też po prostu mogą być czworokątne lub trójkątne. Elementy skończone mogą być wypukłe lub wklęsłe. W pracy stosuje się siatki z nietypowymi elementami skończonymi, jak np. o kształcie ryb. Została przeprowadzona analiza zbieżności rozwiązania dla różnych rzędów aproksymacji, zarówno dla siatek z wielokątnymi jak i czworokątnymi elementami skończonymi. W przypadku czworokątnych elementów skończonych można uzyskać bardzo wysoki stopień aproksymacji, który przekracza  $p = 10$  i można osiągnąć rząd aproksymacji  $p > 30$ . W artykule pokazano, że w DGFD możliwe jest stosowanie siatek MES z nieprzystającymi elementami skończonymi, gdzie nieprzystawanie dotyczyło zarówno rozmiaru elementów jak i stopnia aproksymacji. Pokazałem przykłady, w których np. małe elementy skończone przylegały do dużych elementów jak również elementy z wysokim stopniem aproksymacji sąsiadowały z elementami z niskim stopniem aproksymacji, a uzyskane wyniki były ciągłe i stosunkowo małym błędzie globalnym. Opracowaną metodę zastosowano do przykładu, gdzie pojawiają się koncentracje naprężeń uzyskując rozwiązanie o bardzo wysokich gradientach.

#### Elementy oryginalne w pracy:

- opracowanie modelu numerycznego dla dwuwymiarowego zadania sprężystości dla DGFDM,
- zastosowanie dowolnych, wielokątnych elementów skończonych w zadaniach sprężystości z zastosowaniem DGFDM,
- zastosowanie wysokiego rzędu elementów skończonych w zadaniach sprężystości z zastosowaniem DGFDM.

[H3] Jan Jaśkowiec, P. Pluciński, A. Stankiewicz, Cz. Cichoń, Three-dimensional modelling of laminated glass bending on two-dimensional in-plane mesh, *Composites Part B: Engineering*, 120: 63–82, 2017, (IF: 4.727, MNiSW: 45), udział własny – 70%

Artykuł ten jest kontynuacją badań zaprezentowanych w [H4], gdzie analizę rozszerzono do analizy ugięcia płyt z szyby laminowanej. W artykule metodę do analizy płyt warstwowych nazwano FEM23 (*ang. 2D finite element method for 3D analysis*). Zastosowano podobne podejście jak w [H4] tylko w odniesieniu do pola przemieszczeń. W tym wypadku każda z trzech składowych przemieszczenia jest przedstawiona jako kombinacja aproksymacji w płaszczyźnie i prostopadle do płyty. Podobny rozdział jest przygotowany dla pochodnych, gdzie pochodne w kierunkach na płaszczyźnie płyty i prostopadle to płyty są wykorzystane do zbudowania tensora odkształceń, który z kolei jest zastosowany do trójwymiarowego prawa Hooke'a. To postępowanie prowadzi do dyskretnego układu

równań, które zostało zbudowane z wykorzystaniem tylko dwuwymiarowej siatki elementów skończonych. FEM23 dla płyt wielowarstwowych uzyskuje się poprzez rozszerzoną procedurę agregacji. W artykule wyniki z FEM23 dla płyt jednorodnych zostały zweryfikowane poprzez porównanie z wynikami analitycznymi dla płyt cienkich i grubych, jak również z wynikami uzyskanymi z programu ABAQUS. W przypadku analizy szyb laminowanych wyniki zostały porównane z wynikami eksperymentalnymi oraz wynikami numerycznymi uzyskanymi w literaturze. W artykule zostało pokazane, że FEM23 jest poprawną i wiarygodną metodą do analizy płyt wielowarstwowych. W płytach wielowarstwowych poszczególne warstwy mogą być i grube i bardzo cienkie, jak to jest w przypadku szyb laminowanych.

#### Mój udział w pracy polegał na:

- opracowanie koncepcji obliczeń zginania trójwymiarowej płyty warstwowej z wykorzystaniem dwuwymiarowej siatki elementów skończonych
- opracowanie modeli matematycznego i numerycznego,
- wyprowadzenie wszystkich wzorów stosowanych w pracy,
- współpraca w przygotowaniu programu obliczeniowego,
- opracowanie postprocesingu,
- opracowanie przykładów pokazanych w pracy.
- przygotowanie zasadniczej części artykułu

#### Elementy oryginalne w pracy:

- koncepcja trój-wymiarowych analizy zginania laminowanych płyt warstwowych na dwuwymiarowym obszarze,
- opracowany model numeryczny 2D dla 3D analizy zginania wielowarstwowej płyty
- procedura postprocessingu, w której wizualizuje się trój-wymiarowe wyniki otrzymane na płaskiej siatce z nieciągłymi polami naprężeń.

[H4] Jan Jaśkowiec, P. Pluciński, Three-dimensional modelling of heat conduction in laminated plates with the use of a two-dimensional numerical model, *Composite Structures*, 171: 562–575, 2017, (IF: 3.858, MNiSW: 35), udział własny – 70%

W pracy tej została zaproponowana metoda trójwymiarowej analizy niestacjonarnego przepływu ciepła w wielowarstwowych płytach za pomocą dwuwymiarowego modelu numerycznego. Metoda ta bazuje na trójwymiarowej aproksymacji pola temperatury, która stanowi złożenie aproksymacji w płaszczyźnie płyty oraz w kierunku prostopadłym. W wielowarstwowej płycie rzeczona aproksymacja jest zastosowana do każdej warstwy. Po zastosowaniu takiej aproksymacji sformułowanie słabe problemu może być zapisana za pomocą dwuwymiarowych całek po powierzchni płyty, co ostatecznie prowadzi do dyskretnego układu równań. W pracy został również opracowany postprocessing, dzięki któremu można prezentować pełne trójwymiarowe wyniki. W płytach warstwowych poszczególne warstwy posiadają inne współczynniki przewodności cieplnej. Skutkuje to tym, że co prawda temperatura jest ciągła, ale strumienie ciepła już ciągle nie są. W zaproponowanym podejściu nieciągłości strumieni ciepła zostały odtworzone, co zaprezentowano w zamieszczonych przykładach. Wyniki z obliczeń zostały zweryfikowane poprzez porównanie z wynikami otrzymanymi z programu ABAQUS.

#### Mój udział w pracy polegał na:

- opracowanie koncepcji obliczeń trójwymiarowych na dwuwymiarowej siatce,
- opracowanie modeli matematycznego i numerycznego,
- wyprowadzenie wszystkich wzorów stosowanych w pracy,
- współpraca w przygotowaniu programu obliczeniowego,
- opracowanie koncepcji postprocesingu,
- opracowanie przykładów pokazanych w pracy.

- przygotowanie zasadniczej części artykułu

#### Elementy oryginalne w pracy:

- koncepcja obliczeń trój-wymiarowych płaskich struktur warstwowych na dwu-wymiarowym obszarze,
- procedura postprocessingu, w której wizualizuje się trój-wymiarowe wyniki otrzymane na płaskiej siatce z nieciągłymi polami strumieni ciepłych.

[H5] Jan Jaśkowiec, A model for heat transfer in cohesive cracks, *Computers & Structures*, 108: 89–103, 2017, (IF: 2.847, MNiSW: 40), udział własny – 100%

Artykuł ten stanowi bezpośrednią kontynuację badań zaprezentowanych w pracy [H11]. Tym razem modelowane były różne zjawiska związane z przepływem ciepła przez pęknięcia, tj.: otwarcie się pęknięcia zarówno w kierunku normalnym jak i stycznym do powierzchni rysy, przewodnictwo przez elementy mostkowe, przewodnictwo przez powietrze między ścianami pęknięcia oraz przez promieniowanie cieplne pomiędzy otwartymi powierzchniami pęknięcia. Model strumienia ciepła przez pęknięcie jest połączony z kohezyjnym modelem pęknięcia, co prowadzi do nieliniowego termo-kohezyjnego modelu rysy, na podstawie którego opracowałem przyrostowo-iteracyjny model propagacji rysy. Podobnie jak w pracy [H11], również w tym artykule zastosowałem nieciągłe pola przemieszczeń i temperatur. Obydwa pola były nieciągłe wzdłuż propagującej rysy. Do wprowadzenia nieciągłości zastosowano XFEM zarówno dla przemieszczeń jak i temperatury. W pracy analizowano stacjonarny i niestacjonarny przepływ ciepła, gdzie równocześnie analizowana była propagacja rysy w materiale quasi-kruchym. W pracy przedstawiono trójwymiarowe przykłady propagacji rysy w materiale obciążonym mechanicznie oraz termicznie.

#### Elementy oryginalne w pracy:

- modelowanie przepływu ciepła przez rysę z uwzględnieniem przemieszczeń stycznych rysy,
- modelowanie przepływu ciepła przez otwierającą się rysę z uwzględnieniem radiacji,
- opracowanie przyrostowo-iteracyjnego modelu numerycznego dla propagacji rysy z uwzględnieniem stacjonarnego i niestacjonarnego przepływu ciepła.

[H6] Jan Jaśkowiec, S. Milewski, Coupling finite element method with meshless finite difference method in thermomechanical problems, *Computers & Mathematics with Applications*, 72(9): 2259–2279, 2016, (IF: 1.531, MNiSW: 40), udział własny – 60%

Artykuł ten stanowi kontynuację badań przedstawionych w pracy [H12]. W tym artykule koncepcję łączenia dwóch metod FEM i MFDM stosuje się do złożonego problemu termo-mechanicznego. Problem termo-mechaniczny jest problemem, w którym występują dwa podstawowe pola: pole temperatury i pole przemieszczeń. Obydwa te pola są aproksymowane i obydwie te pola są nieciągłe w miejscu połączenia dwóch metod: FEM i MFDM. Dla obydwu tych metod stosuje się tę samą koncepcję jak przedstawiono w poprzednim artykule. Jednak, z uwagi na to, że pole przemieszczeń jest polem wektorowym odpowiednie relacje wynikające z połączenia metod wymagają szczególnej uwagi. W miejscu, gdzie łączą się obydwie metody pochodne przemieszczeń muszą być określone w lokalnym układzie współrzędnych, gdzie osie tego układu lokalnego są odpowiednio normalne i styczne do powierzchni podziału. Podobne podejście jak przy łączeniu metod, zastosowano do narzucenia podstawowych warunków brzegowych. W konsekwencji uzyskano stabilny i dobrze uwarunkowany model numeryczny dla połączonej metody FEM-MFDM.

W artykule zaproponowane podejście zilustrowano przykładami, gdzie stosowano opracowany model w dwu- i trójwymiarowych obszarach. W każdym przypadku analizowane obszary były podzielone na dwa podobszary, gdzie stosowano odpowiednio FEM i MFDM.

#### Mój udział w pracy polegał na:

- opracowaniu koncepcji łączenia metod FEM i MFDM w zadaniach termo-mechanicznych,
- opracowaniu sposobu wymuszania podstawowych warunków brzegowych dla termo-mechanicznych problemów dla MFDM,

- wyprowadzeniu wszystkich wzorów do modelu matematycznego i numerycznego dla metody łączonej FEM-MFDM,
- opracowaniu i przygotowaniu zasadniczej części artykułu,
- konsultacji zamieszczonych przykładów.

#### Elementy oryginalne w pracy:

- zastosowanie oryginalnie opracowanej metody FEM-MFDM do złożonego problemu termomechanicznego,
- opracowanie metody wymuszania warunków brzegowych dla termomechanicznych problemów dla MFDM,
- wyprowadzenie jednolitego modelu numerycznego dla trój-wymiarowego problemu termomechanicznego łączoną metodą FEM-MFDM.

[H7] **Jan Jaśkowiec**, P. Pluciński, A. Stankiewicz, Discontinuous Galerkin method with arbitrary polygonal finite elements, *Finite Elements in Analysis and Design*, 120: 1–17, 2016, (IF: 2.161, MNiSW: 40), udział własny – 70%

W artykule tym zaproponowałem, aby w nieciągłej metodzie Galerkina zastosować siatkę elementów skończonych, która składa się z elementów skończonych o niestandardowych kształtach. Korzystając z własności DGM zaproponowałem, aby zastosować wielokątne elementy skończone. W proponowanym podejściu, aproksymacja w elementach skończonych jest realizowana za pomocą jednomianów. Nie jest to aproksymacja Lagrange’a, a co za tym idzie w elementach skończonych nie stosuje się węzłów. Wielokątne elementy skończone mogą być wypukłe jak i wklęsłe, można stosować elementy z otworem lub też element skończony może się składać z dwóch lub więcej odseparowanych od siebie części. W szczególności w pracy zastosowano siatkę, gdzie elementy skończone mają rybie kształty. W artykule porównano ze sobą trzy wersje DGM, mianowicie: i) standardowa nieciągła metoda Galerkina (SDGM), ii) interfejsowa metoda Galerkina (IDGM) oraz iii) DGM z różnicami skończonymi (DGFDM). Dwie wersje IDGM oraz DGFDM zostały oryginalnie zaproponowane przez habilitanta w poprzednich artykułach [H8,H9]. Przeprowadzono analizy zbieżności dla trzech wersji DGM dla dwuwymiarowych przykładów, gdzie DGFDM okazała się najbardziej stabilna numerycznie. Następnie przeprowadzono analizy przy zastosowaniu różnych elementów skończonych o nietypowych kształtach.

#### Mój udział w pracy polegał na:

- opracowanie zastosowania wielokątnych elementów skończonych do DGM,
- zastosowanie nietypowych elementów skończonych
- przygotowanie znacznej części programu w języku MATLAB, w którym były liczone przykłady przedstawione w artykule,
- przygotowanie większości przykładów, znajdujących się w artykule,
- opracowanie i przygotowanie artykułu.

#### Elementy oryginalne w pracy:

- zastosowanie wielokątnych elementów skończonych do DGM,
- porównanie ze sobą trzech wersji DGM,
- zastosowanie nietypowych elementów skończonych, w tym z otworem lub podzielonego na części,
- zastosowanie siatki elementów skończonych, gdzie elementami skończonymi są wielokąty o rybich kształtach.

[H8] **Jan Jaśkowiec**, The discontinuous Galerkin method with higher degree finite difference compatibility conditions and arbitrary local and global basis functions, *Computer Assisted Methods in Engineering and Science*, 23(2/3): 109–132, 2016, (MNiSW: 14), udział własny – 100%

Przedmiotem artykułu jest rozwijanie nieciągłej metody Galerkina. W DGM stosuje się siatkę elementów skończonych z tym, że w każdym elemencie buduje się aproksymację w sposób niezależny od sąsiednich elementów. W konsekwencji globalna aproksymacja zbudowana na siatce elementów skończonych jest nieciągła. Jednak tak można dobrać stopnie swobody, aby ostatecznie aproksymacja globalna była ciągła. W literaturze znane są różne wersje DGM, chociaż najpopularniejsza metoda to ta, gdzie do łączenia aproksymacji z poszczególnych elementów oraz do uwzględnienia warunków brzegowych używa się metody Nitsche'go. Metoda Nitsche'go to zmodyfikowana metoda kary, gdzie dodatkowo, w celu poprawy stabilności metody, wykorzystuje się składowe normalne gradientów funkcji testowych oraz wagowych. W artykule zaproponowałem inne, oryginalne podejście, w którym zostały wykorzystane relacje znane z różnic skończonych do tego, aby wymusić ciągłość końcowego rozwiązania oraz spełnienie warunków brzegowych. Dlatego w artykule zaproponowałem nazwę tej metody DGFD (DGM with finite difference). Analizowałem wzory na różnice skończone stopnia drugiego, czwartego lub ósmego. W artykule, korzystając z własności DGFD, zaproponowałem również zbudowanie wzbogaconej aproksymacji o funkcje globalne. Umożliwia to w łatwy sposób dołożenie dowolnych funkcji globalnych do końcowego rozwiązania. Nośnik dla funkcji globalnych jest określany poprzez elementy skończone. Nośnik taki może być zbudowany na dowolnym podzbiorze elementów skończonych lub, w szczególności, na wszystkich elementach skończonych. Dodatkowo stopnie swobody dla tych funkcji globalnych mogą mieć charakter globalny lub lokalny. Globalne stopnie swobody dla funkcji globalnych są określone dla całej siatki natomiast lokalne stopnie swobody są definiowane na elementach skończonych wyznaczonych jako nośnik funkcji globalnych. W ten sposób zaproponowano stabilną i elastyczną wersję DGM, gdzie postać aproksymacji można w łatwy sposób dostosowywać do analizowanego problemu.

#### Elementy oryginalne w pracy:

- opracowanie nowej metody wymuszającej ciągłość w DGM,
- opracowanie nowej metody wymuszającej warunki brzegowe Dirichleta,
- proponowanie wzbogaconej aproksymacji w DGFD,
- wyprowadzenie wzorów modelu numerycznego dla proponowanych nowych rozwiązań.

[H9] Jan Jaśkowicz, The  $hp$  nonconforming mesh refinement in discontinuous Galerkin finite element method based on Zienkiewicz-Zhu error estimation, *Computer Assisted Methods in Engineering and Science*, 23(1): 43–67, 2016, (MNIŚW: 14), udział własny – 100%

Adaptacja siatki skończenie elementowej w DGM jest znacznie łatwiejsza niż w FEM, i to zarówno jeżeli chodzi o zagęszczanie siatki (typ  $h$ ) lub zmianę stopnia aproksymacji (typ  $p$ ). Artykuł ten zajmuje się problemem automatycznej adaptacji siatki typu  $hp$ . W artykule stosuje się oryginalną wersję DGM, gdzie przyjmuje się niezerową grubość szkieletu siatki – IDGM. Dzięki temu zostały stworzone specyficzne, bardzo wąskie elementy skończone, których zadaniem jest łączenie aproksymacji w sąsiadujących elementach. Elementy te stanowią pewien rodzaj interfejsu międzyelementowego. W pracy stosuje się elementy trójkątne o różnych stopniach aproksymacji. Podczas adaptacji siatki sąsiadujące elementy skończone mogą być nieprzystające w sensie geometrycznym i stopnia aproksymacji, co znacznie ułatwia adaptację siatki typy  $h$  i  $p$ . W pracy adaptacja siatki była realizowana na podstawie szacowania błędu w wykorzystaniu procedury Zienkiewicz-Zhu (ZZ). Procedura ZZ jest znana i często stosowana w FEM. Natomiast w artykule procedura ZZ została dostosowana do DGM. W artykule przedstawiłem kilka dwuwymiarowych przykładów, gdzie zaprezentowałem automatyczną adaptację siatki typu  $h$  oraz  $hp$ .

#### Elementy oryginalne w pracy:

- opracowanie metody wymuszania ciągłości w DGM za pomocą przyjętej niezerowej grubości szkieletu,
- dostosowanie procedury Zienkiewicz-Zhu do nieciągłej metody Galerkina,
- adaptacja siatki typu  $hp$  w DGM z wykorzystaniem procedury ZZ.

[H10] Jan Jaśkowicz, Numerical Modeling Mechanical Delamination in Laminated Glass by XFEM, *Procedia Engineering*, 108: 293–300, 2015, udział własny – 100%



Tym razem analizowana jest szyba laminowana pod kątem zjawiska delaminacji. Korzystam tutaj z modelu numerycznego zaproponowanego w [H13], gdzie cienka warstwa polimeru, spajającego szklane tafle, jest modelowana z wykorzystaniem XFEM. W tym przypadku XFEM jest dodatkowo zastosowana do modelowania delaminacji tafli szklanych. Dla warstwy polimerowej zostały zdefiniowane siły kohezji, których wartości zależały od przemieszczenia względnego tafli szklanych. W artykule zaprezentowano przyrostowo-iteracyjny model numeryczny, za pomocą którego można było analizować proces delaminacji. Artykuł prezentuje numeryczne przykłady ilustrujące działanie modelu numerycznego.

#### Elementy oryginalne w pracy:

- zaproponowanie modelu sił kohezji dla polimerowej warstwy spajającej w szybie laminowanej,
- zaproponowanie modelu numerycznego opartego o XFEM do modelowania delaminacji w szybie laminowanej.

[H11] **Jan Jaśkowiec**, Three-dimensional analysis of a cohesive crack coupled with heat flux through the crack, *Advances in Engineering Software*, 89: 98–107, 2015, (IF: 1.673, MNiSW: 30), udział własny – 100%

W artykule tym analizowana jest propagacja rysy w materiałach quasi-kruchych. Typowym materiałem quasi-kruchym jest beton. Modelowanie jest przeprowadzone dla przypadku trójwymiarowego. W analizie uwzględniono wpływ temperatury na mechanizm propagacji rysy. Analizowano zarówno stacjonarny jak i niestacjonarny przepływ ciepła. Do analizy propagacji rysy zastosowano model kohezji rysy, a do modelowania numerycznego zastosowano rozszerzoną metodę elementów skończonych (XFEM). Analizowany był złożony problem termo-mechaniczny, gdzie z uwagi na istniejącą rysę nieciągłe są zarówno pola przemieszczeń jak i temperatury. Z tego względu XFEM zastosowano dla obydwu tych pól, jednakże z różnymi funkcjami wzbogacającymi dla części mechanicznej i termicznej. Geometria rysy to trójwymiarowa powierzchnia, która opisywana jest za pomocą metody poziomic (*ang. level set method*). W przeprowadzonej analizie pole temperatury ma wpływ na stan naprężeń w ciele poprzez odkształcenia termiczne. Z drugiej strony, brak ciągłości ciała wzdłuż rysy powoduje blokadę dla swobodnego przepływu ciepła, co z kolei prowadzi do nieciągłości pola temperatury. Z warunków termo-mechanicznej równowagi wynika, że zarówno tensory naprężeń oraz strumienie ciepła w kierunku normalnym do powierzchni rysy są ciągłe, co w modelu numerycznym jest uwzględnione. Model rysy kohezijnej przewiduje częściową możliwość przenoszenia sił pomiędzy dwoma stronami rysy, ale również uwzględniona została możliwość przepływu ciepła przez rysę. Zarówno siły kohezji jak i przepływ ciepła przez rysę są funkcjami zależnymi od otwarcia się rysy, co powoduje, że zastosowany model jest nieliniowy. W pracy zaproponowano przyrostowo-iteracyjną analizę propagacji rysy zarówno dla przypadku stacjonarnego jak i niestacjonarnego przepływu ciepła. Analiza propagacji rysy powoduje pewne komplikacje, gdyż propagująca rysa powoduje ciągłą zmianę dyskretyzacji obszaru. W pracy zaproponowano transfer danych ze starej na nową dyskretyzację, co w przypadku niestacjonarnego przepływu ciepła jest szczególnie ważne. W pracy przedstawiono kilka przykładów, w których pokazano możliwości opracowanego modelu numerycznego.

#### Elementy oryginalne w pracy:

- opracowanie modelu matematycznego do termo-mechanicznej analizy propagacji rysy kohezijnej,
- opracowanie przyrostowo-iteracyjnego modelu numerycznego analizowanego problemu,
- przygotowanie programu w środowisku GetFEM++ do trójwymiarowej, termo-mechanicznej analizy rysy kohezijnej,
- opracowanie i przygotowanie przykładów zamieszczonych w artykule.

[H12] **Jan Jaśkowiec**, S. Milewski, The effective interface approach for coupling of the FE and meshless FD methods and applying essential boundary conditions, *Computers & Mathematics with Applications*, 70(5): 962–979, 2015, (IF: 1.398, MNiSW: 40), udział własny – 60%

Tematem tego artykułu jest po pierwsze łączenie dwóch metod obliczeniowych: FEM oraz MFDM, a po drugie sposób uwzględniania warunków brzegowych dla MFDM. W proponowanym podejściu

obszar rozwiązania jest podzielony na dwa podobszary. W jednym z podobszarów stosuje się FEM natomiast w następnym podobszarze stosuje się MFDM. W literaturze jest proponowanych kilka sposobów na łączenie metod, które głównie opierają się na budowaniu ciągłej aproksymacji lub stosowaniu mnożników Lagrange'a. W tym artykule proponowane jest inne podejście, gdzie aproksymacje w podobszarach FEM i MFDM są budowane niezależnie od siebie. Skutkuje to tym, że globalna aproksymacja jest nieciągła na łączeniu obydwu podobszarów. Jednak stopnie swobody w obydwu podobszarach można tak dobrać, aby rozwiązanie globalne było ciągłe. Zatem spośród wszystkich możliwych rozwiązań poszukuje się takiego, które po pierwsze jest ciągłe a po drugie stanowi rozwiązanie sformułowania słabego problemu. W proponowanym podejściu zakłada się znikomo mały podobszar przejściowy na granicy podobszarów, w którym stosuje się liniowe przejście aproksymacji w kierunku normalnym do granicy podziału. Z uwagi na to, aproksymacja stosowana w MFDM nie ma własności interpolujących, to kłopotliwe jest narzucenie warunków brzegowych. W pracy, aby uwzględnić warunki brzegowe, zaproponowano podobne podejście jak przy łączeniu metod, tzn. pomiędzy obszarem MFDM a brzegiem stosuje się znikomo cienką warstwę obszaru. W konsekwencji uzyskano stabilną metodę łączenia dwóch metod: FEM i MFDM.

W artykule metodę tę zastosowano do problemu stacjonarnego i niestacjonarnego przepływu ciepła w obszarach dwu- i trójwymiarowych. Stosowano proste jak i łamane linie/powierzchnie łączące obydwie podobszary. W zaprezentowanych przykładach zostało zastosowane sformułowanie Bubnowa-Galerkina dla FEM (tzn. baza dla funkcji testowej jest taka sama jak dla funkcji wagowej) natomiast dla podobszaru MFDM zastosowano sformułowanie Petrova-Galerkina (baza jest różna dla funkcji testowej i wagowej).

#### Mój udział w pracy polegał na:

- opracowaniu koncepcji łączenia metod FEM i MFDM,
- opracowaniu koncepcji wymuszania warunków brzegowych dla MFDM,
- wyprowadzeniu wszystkich wzorów do modelu matematycznego i numerycznego dla metody łączonej FEM-MFDM,
- opracowaniu i przygotowaniu zasadniczej części artykułu,
- konsultacji zamieszczonych przykładów.

#### Elementy oryginalne w pracy:

- opracowana metoda łączenia FEM i MFDM,
- opracowanie sposobu wymuszania warunków brzegowych dla MFDM,
- wyprowadzenie jednolitego modelu numerycznego dla trój-wymiarowego problemu eliptycznego łączoną metodą FEM-MFDM.

[H13] Jan Jaśkowiec, P. Pluciński, J. Pamin, Thermo-mechanical XFEM-type modeling of laminated structure with thin inner layer, *Engineering Structures*, 100: 511–521, 2015, (IF: 1.893, MNiSW: 35), udział własny – 60%

Artykuł zajmuje się problemem modelowania numerycznego płyt laminowanych poddanego termo-mechanicznemu obciążeniu. Analizowane są płyty z cienkimi warstwami wewnętrznymi, gdzie typowym przykładem takiej płyty jest szyba laminowana. W artykule zaproponowana jest oryginalna metoda trójwymiarowej analizy szyby laminowanej z wykorzystaniem rozszerzonej metody elementów skończonych (XFEM). W literaturze XFEM znajduje zastosowanie w numerycznej analizie propagacji rysy. W tym wypadku jednak XFEM zostaje wykorzystana do tego, aby zamodelować cienką warstwę spajającą PVB. Dzięki temu obszar szyby laminowanej dyskretyzuje się jak obszar jednolity, np. z wykorzystaniem jednego elementu skończonego po grubości. Za pomocą poziomicy wprowadza się nieciągłość pola przemieszczeń w miejscu, gdzie występuje PVB. Następnie za pomocą całek w płaszczyźnie środkowej PVB wprowadza się dane materiałowe oraz grubość warstwy PVB do modelu numerycznego. W ten sposób utworzono efektywny model numeryczny do termo-mechanicznej analizy szyb warstwowych. W artykule przedstawiono przykłady, których wyniki porównano z wynikami eksperymentalnymi oraz wynikami ze standardowej trójwymiarowej analizy skończenie-elementowej.

Przedstawiono wyniki zarówno dla stacjonarnego jak i niestacjonarnego przepływu ciepła przez szybę laminowaną.

#### Mój udział w pracy polegał na:

- opracowaniu koncepcji wykorzystania XFEM do analizy szyby laminowanej,
- wyprowadzeniu wszystkich wzorów do modelu matematycznego i numerycznego,
- przygotowaniu programu w środowisku GetFEM++,
- opracowaniu i wykonaniu przykładów,
- przygotowaniu zasadniczej części artykułu.

#### Elementy oryginalne w pracy:

- wykorzystanie XFEM do analizy szyby laminowanej,
- opracowany model numeryczny do trójwymiarowej termo-mechanicznej analizy szyby laminowanej za pomocą XFEM.

- [14] **Jan Jaśkowiec**, Discontinuous Galerkin method on reference domain *Computer Assisted Methods in Engineering and Science*, 22(2): 177–204, 2015, (MNiSW: 14), udział własny – 100%

W artykule rozwiązywany jest dwuwymiarowy problem brzegowy za pomocą DGFDM. Zaproponowałem podejście, gdzie obliczenia DGFDM prowadzone są na obszarze referencyjnym, podczas gdy problem brzegowy jest zdefiniowany na innym, rzeczywistym obszarze. Pomiędzy obszarem referencyjnym a obszarem rzeczywistym zdefiniowana jest transformacja matematyczna. Na obszarze rzeczywistym buduje się sformułowanie słabe, a następnie całki oraz pochodne określa się na obszarze referencyjnym. Ostatecznie na obszarze referencyjnym buduje się siatkę elementów skończonych i wykonuje się wszelkie obliczenia. Następnie wyniki obliczeń transformuje się do obszaru rzeczywistego. Kształt obszaru rzeczywistego wynika wprost z problemu, który się analizuje. Natomiast kształt obszaru referencyjnego może być dobrany stosunkowo dowolnie. W pracy obszar referencyjny miał kształt prostokątny, a w szczególności kwadratowy. Dzięki temu można było w łatwy sposób wygenerować siatkę elementów skończonych. W pracy zaprezentowano przykłady, gdzie rozpatrywano eliptyczne problemy brzegowe. Dla każdego rozpatrywanego obszaru rzeczywistego była przygotowana matematyczna transformacja do obszaru referencyjnego. Dla zadań dwuwymiarowych transformacja pomiędzy obszarami jest funkcją wektorową. Transformacja taka nie jest jednoznaczna, tzn. można zbudować wiele transformacji dla takich samych obszarów rzeczywistych i referencyjnych. W pracy zaproponowałem sposób, w jaki można zbudować taką transformację znając brzeg zewnętrzny obszaru rzeczywistego. Metoda ta polega na rozwiązaniu odpowiedniego problemu brzegowego, który to problem można rozwiązać stosując DGFDM z wykorzystaniem jednego elementu skończonego z odpowiednio wzbogaconym zbiorem funkcji bazowych.

#### Elementy oryginalne w pracy:

- opracowanie metody rozwiązywania problemu brzegowego na obszarze referencyjnym nieciągłą metodą Galerkiną,
- wyprowadzenie wzorów na model obliczeniowy w obszarze referencyjnym,
- opracowanie metody zbudowania transformacji pomiędzy obszarami rzeczywistym i referencyjnym.

- [H15] **Jan Jaśkowiec**, F. van der Meer, A consistent iterative scheme for 2D and 3D cohesive crack analysis in XFEM, *Computers & Structures*, 136: 98–107, 2014, (IF: 2.425, MNiSW: 40), udział własny – 80%

Tematem tego artykułu jest analiza propagacji rysy w materiale quasi-kruchym za pomocą XFEM. Analiza jest przeprowadzona dla przypadku trójwymiarowego. W przypadku analizy propagacji rysy w materiale quasi-kruchym powszechnie stosuje się tzw. model rysy fikcyjnej lub inaczej model rysy kohezijnej. Wynika to z tego, że na części rysy, przy wierzchołku, przykłada się siły kohezji, których zadaniem jest modelowanie osłabienia materiału przed pojawieniem się rysy prawdziwej. Siły kohezji

są funkcją otwarcia się rysy i funkcję tę określa się za pomocą dwóch parametrów materiałowych, tzn.: wytrzymałości materiału na rozciąganie oraz energię pęknięcia. Należy tutaj zauważyć, że zarówno siły kohezji jak i otwarcie się rysy są wielkościami wektorowymi. Z tego względu w literaturze stosuje się różne podejścia dla składowych normalnych i stycznych sił kohezji. Jednak z uwagi na siły kohezji problem jest nieliniowy i w sposób iteracyjny należy poszukiwać stanu równowagi na każdym etapie propagacji rysy. W pracy zaproponowano procedurę iteracyjną dla sił kohezji. Zaletą przedstawionego podejścia jest ogólność sformułowania. W artykule zaproponowano oryginalne podejście, gdzie trójwymiarowy wektor sił kohezji jest określony w dwuwymiarowej podprzestrzeni. Podprzestrzeń tę wyznaczają dwa kierunki: normalny do rysy oraz styczny do rysy. Kierunek styczny jest wyznaczony dynamicznie i jest zgodny ze składową styczną wektora otwarcia się rysy. Do postępowania iteracyjnego przyrosty sił kohezji określone są poprzez pochodne w dwuwymiarowej przestrzeni. Dzięki temu został określony styczny, konsystentny tensor kohezji w dwuwymiarowej podprzestrzeni, a po transformacji tensor ten jest określony w trójwymiarowym układzie globalnym. Proponowane podejście zilustrowane jest kilkoma trójwymiarowymi przykładami, gdzie analizowana był problem delaminacji oraz propagacji rysy w bloku betonowym. Wyniki zostały porównane z wynikami uzyskanymi w eksperymencie.

**Mój udział w pracy polegał na:**

- opracowaniu koncepcji dwuwymiarowej podprzestrzeni dla sił kohezji,
- wyprowadzenie wzorów dla iteracyjnej procedury,
- wyprowadzenie wzorów dla przyrostowo-iteracyjnego modelu numerycznego,
- przygotowanie zasadniczej części artykułu,
- przygotowanie jednego z przykładów zamieszczonego w artykule.

**Elementy oryginalne w pracy:**

- wyznaczenie dwuwymiarowej podprzestrzeni do modelowania sił kohezji,
- opracowanie iteracyjnej procedury dla sił kohezji,
- wyznaczenie stycznego tensora kohezji dla procedury iteracyjnej,
- dla zaproponowanego podejścia opracowano przyrostowo-iteracyjny model numeryczny

### 3 Omówienie pozostałych osiągnięć po doktoracie

W swych działaniach staram się aktywnie uczestniczyć w życiu naukowym w wymiarze lokalnym, krajowym jak i światowym. Podczas prowadzenia badań staram się podjąć aktywną współpracę z pozostałymi pracownikami mojego Instytutu. Wyniki badań są prezentowane na zakładowych lub instytutowych seminariach, gdzie od 2012r. jedenaście razy były prezentowane wyniki moich lub wspólnych badań. Moja aktywność na szczeblu krajowym jest związana m.in. z członkostwem w organizacjach zrzeszających krajowych naukowców z zakresu mechaniki obliczeniowej. Uczestniczę również w wybranych konferencjach krajowych. Przede wszystkim jednak podejmuję starania, aby wyniki moich badań były prezentowane na konferencjach o zasięgu międzynarodowym. Moja aktywność międzynarodowa to cztery staże na uczelniach zachodniej Europy, jak również recenzje do międzynarodowych czasopism naukowych.

Dużą część mojej aktywności była poświęcona działalności na rzecz Uczelni. Uczestniczyłem czynnie w przygotowywaniu wniosków o finansowanie projektów finansowanych ze środków Unii Europejskiej. Kierowałem dwoma projektami finansowanymi z UE, które przyczyniły się znacząco do zwiększenia potencjału dydaktycznego Politechniki Krakowskiej. Ponad to brałem udział w kilku projektach finansowanych z UE dotyczących dydaktyki oraz kształcenia ustawicznego.

Poniżej przedstawiłem zestawienie mojej aktywności naukowej po doktoracie obejmujące pozostałe publikacje, udział w konferencjach i projektach, staże zagraniczne, członkostwo w organizacjach, recenzowanie artykułów. Oprócz tego przedstawiłem szczegóły mojej aktywności dydaktycznej i organizacyjnej.

### 3.1 Pozostały dorobek naukowy

#### 3.1.1 Publikacje

- [A1] A. Stankiewicz, **Jan Jaśkowicz**, P. Pluciński, R. Putanowicz, J. Pamin, Finite Element Modelling of thermo-plasticity, in: *Recent advances in civil engineering: computational methods*, ed. W.Cecot, Monogr. 481, seria Inżynieria Lądowa, Wyd. Politechnika Krakowska, Kraków 2015, pp. 65-84.
- [A2] **Jan Jaśkowicz**, Modelowanie zagadnień termomechanicznych szyb warstwowych, *Wybrane zagadnienia konstrukcji i materiałów budowlanych oraz geotechniki*, 61 Konferencja Naukowa – Krynica 2015, red. M. Dobiszewska, Wydawnictwa Uczelniane Uniwersytetu Technologiczno-Przyrodniczego w Bydgoszczy, s. 77-83, 2015
- [A3] **Jan Jaśkowicz**, A Coupled Thermo-Mechanical Cohesive Crack Model in Three-Dimensional Crack Growth Analysis, *Proc. of the Ninth International Conference on Engineering Computational Technology ECT2014*, eds. P.Ivanyi and B.H.V. Topping, Civil-Comp Press, Stirlingshire, Scotland, paper 67 (16 pages), 2014
- [A4] **Jan Jaśkowicz**, Modelling of Heat Flow through a Three-dimensional Crack in Thermoelasticity, *Proc. of the Ninth International Conference on Engineering Computational Technology ECT2014*, eds. P.Ivanyi and B.H.V. Topping, Civil-Comp Press, Stirlingshire, Scotland, paper 65 (18 pages), 2014
- [A5] **Jan Jaśkowicz**, Analysis of cohesive crack coupled with thermoelasticity, in: *Recent Advances in Computational Mechanics*, Proc. of International Conf. on Computer Methods in Mechanics (CMM2013), eds. T. Łodygowski, J.Rakowski, P.Litewka. - Leiden : CRC Press/Balkema, pp. 149-156, ISBN 978-1-138-02482-3, 2014
- [A6] **Jan Jaśkowicz**, Three-dimensional analysis of cohesive crack growth coupled with nonlinear thermoelasticity, *Proceedings of the Fourteenth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing*, Civil-Comp Press, Stirlingshire, UK, paper 95 (20 pages), doi:10.4203/ccp.102.95, 2013
- [A7] R. Putanowicz, **Jan Jaśkowicz**, P. Pluciński, A. Stankiewicz, Finite element implementation of nonlinear thermo-elasticity as typical coupling of diffusion and momentum balance, *Mechanics and Control*, 32(4), pp. 152-163, 2013
- [A8] **Jan Jaśkowicz**, Cz. Cichoń. Coupling of FEM and EFGM with dynamic decomposition in 2D quasi-brittle crack growth analysis. *Computer Assisted Mechanics and Engineering Sciences*, 11:293–320, 2004

#### 3.1.2 Referaty na konferencjach międzynarodowych

- [C1] **Jan Jaśkowicz**, P. Pluciński, Modelling of heat conduction in multi-layered shells on planar mesh, *11th International Conference "Shell Structures: Theory and Applications" (11th SSTA)*, Gdańsk, Poland, 11–13 October, 2017
- [C2] **Jan Jaśkowicz**, Local discontinuous Galerkin method with arbitrary polygonal finite elements, *22th International Conference on Computer Methods in Mechanics (CMM 2017)*, Lublin, Poland, 13–16 September, 2017
- [C3] **Jan Jaśkowicz**, P. Pluciński, Three-dimensional analysis of sandwich plates with functionally graded cores using a two-dimensional numerical model, *22th International Conference on Computer Methods in Mechanics (CMM 2017)*, Lublin, Poland, 13–16 September, 2017

- [C4] **Jan Jaśkowiec**, P. Pluciński, A. Stankiewicz, Three-dimensional analysis of free vibrations in homogeneous and laminated plates using two-dimensional numerical model, *22th International Conference on Computer Methods in Mechanics (CMM 2017)*, Lublin, Poland, 13–16 September, 2017
- [C5] **Jan Jaśkowiec**, P. Pluciński, Selected coupled thermo-mechanical problems solved by discontinuous Galerkin method on polygonal meshes, *XIV International Conference on Computational Plasticity. Fundamentals and Applications (COMPLAS 2017)*, Barcelona, Spain, 5–7 September, 2017
- [C6] **Jan Jaśkowiec** P. Pluciński, Thermo-mechanical modelling of laminated glass by two-dimensional in-plane mesh, *11th International Conference on Advanced Computational Engineering and Experimenting ACE-X 2017*, Vienna, Austria, 3–6 July, 2017
- [C7] **Jan Jaśkowiec**, P. Pluciński, Three-dimensional modelling of heat conduction in laminated plate by two-dimensional numerical model, *10th International Conference on Advanced Computational Engineering and Experimenting ACE-X 2016*, Split, Croatia, 3–6 July, 2016
- [C8] **Jan Jaśkowiec**, Very High-Order Elements in Thermal and Mechanical Problems, *40th Solid Mechanics Conference SolMech2016*, Warsaw, Poland, 29 August – 2 September, 2016
- [C9] **Jan Jaśkowiec**, Numerical modeling mechanical delamination in laminated glass by XFEM, *7th Scientific-Technical Conference On Material Problems In Civil Engineering (MATBUD'2015)*, Cracow, Poland, 22–24 June, 2015
- [C10] **Jan Jaśkowiec**, S. Milewski, Coupling of finite element method and meshless finite difference method with nonconforming approximation orders, *3th Polish Congress of Mechanics & 21st International Conference on Computer Methods in Mechanics (PCM-CMM-2015)*, Gdańsk, Poland, 8–11 September, 2015
- [C11] **Jan Jaśkowiec**, A Coupled Thermo-Mechanical Cohesive Crack Model in Three-Dimensional Crack Growth Analysis, *Ninth International Conference on Engineering Computational Technology ECT2014*, Naples, Italy, 2–5 September, 2014
- [C12] **Jan Jaśkowiec**, Modelling of Heat Flow through a Three-dimensional Crack in Thermoelasticity, *Ninth International Conference on Engineering Computational Technology ECT2014*, Naples, Italy, 2–5 September, 2014
- [C13] **Jan Jaśkowiec**, J. Pamin, Modeling of heat conduction in laminated structure using XFEM approach, *8th International Conf. on Advanced Computational Engineering and Experiment (ACEX 2014)*, Paris, France, 30 June – 3 July 2014
- [C14] **Jan Jaśkowiec**, P. Pluciński, R. Putanowicz, J. Pamin, Coupled thermo-plasticity with material parameters depending on temperature, *8th International Conf. on Advanced Computational Engineering and Experiment (ACEX 2014)*, Paris, France, 30 June – 3 July 2014
- [C15] **Jan Jaśkowiec**, Three-dimensional analysis of cohesive crack growth coupled with nonlinear thermoelasticity, *Fourteenth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing, CC2013*, Cagliari, Sardinia, Italy, 3–6 September, 2013
- [C16] **Jan Jaśkowiec**, Analysis of cohesive crack coupled with thermoelasticity, *20th International Conference on Computer Methods in Mechanics (CMM 2013)*, Poznań, Poland, 27–31 August, 2013
- [C17] **Jan Jaśkowiec**, P. Pluciński, R. Putanowicz, A. Stankiewicz, A. Wosatko, J. Pamin, Formulation and FEM Implementation of Nonlinear Thermo-Mechanical Coupling. *38th Solid Mechanics Conference SolMech2012*, Warsaw, Poland, 27–31 August, 2012
- [C18] **Jan Jaśkowiec**, Some problems of moving weighted least squares approximation in EFG method, *16th International Conference on Computer Methods in Mechanics (CMM 2005)*, Czestochowa, Poland, 21–24 June, 2005



- [C19] **Jan Jaśkowiec**, P. Pluciński, Multiple Crack Growth Analysis in Concrete Structures Under Rebar Corrosion, *14th Inter-Institute Seminar for Young Researchers*, Zakopane, Poland, 16–19 October, 2003

### 3.1.3 Referaty na konferencjach krajowych

- [K1] **Jan Jaśkowiec**, P. Pluciński, Three-dimensional numerical modelling of heat conduction in curved laminated glass, *XIV Konferencja Naukowo-Techniczna Techniki Komputerowe w Inżynierii TKI2016*, Teresin k. Sochaczewa, 18–21 Październik 2016
- [K2] **Jan Jaśkowiec**, Modelowanie zagadnień termomechanicznych szyb warstwowych, *61. Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej Polskiej Akademii Nauk oraz Komitetu Nauki Polskiego Związku Inżynierów i Techników Budownictwa, (Krynica 2015)* Krynica Zdrój, 20–25 Września 2015
- [K3] R. Putanowicz, **Jan Jaśkowiec**, P. Pluciński, A. Stankiewicz, A. Wosatko, J. Pamin, Numerical implementation of thermoelasticity as typical coupling of diffusion and momentum balance, *XII Konferencja Naukowo-Techniczna Techniki Komputerowe w Inżynierii TKI2011*, Słok k/Belchatowa, 18–21 październik 2011

## 3.2 Udział w projektach

1. W latach 2010-2014 brałem udział w projekcie badawczym pn. "Innowacyjne środki i efektywne metody poprawy bezpieczeństwa i trwałości obiektów budowlanych i infrastruktury transportowej w strategii zrównoważonego rozwoju". Projekt był finansowany z funduszy Unii Europejskiej ramach programu POIG działanie 1.1.2. Projekt był realizowany w ramach międzyuczelnianym konsorcium, gdzie rolę przewodnią pełniła Politechnika Łódzka. W projekcie zajmowałem się numeryczną analizą pól sprężonych termo-mechanicznych w obszarach z nieciągłościami.
2. W latach 2009-2015 brałem udział w projekcie finansowanym ze środków UE pn. "Rozwój potencjału dydaktycznego Politechniki Krakowskiej w zakresie nowoczesnego budownictwa". Jednym z elementów tego projektu było przygotowanie i uruchomienie na Wydziale Inżynierii Lądowej PK studiów w języku angielskim. W ramach tego projektu przygotowywałem zajęcia dydaktyczne do prowadzenia w języku angielskim jak również prowadziłem zajęcia ze studentami w języku angielskim na kierunku studiów 'Civil engineering' w przedmiocie 'Computational methods'. Oprócz tego, w projekcie w ramach kształcenia ustawicznego prowadziłem zajęcia szkoleniowe z nowoczesnych metod obliczeniowych dla praktykujących inżynierów.
3. W latach 2005-2012 kierowałem dwoma projektami finansowanymi ze środków UE o charakterze dydaktycznym. Szczegóły w punkcie 3.6.

## 3.3 Staże zagraniczne

### 1) Ecole Centrale Paris, France, 03.07 – 01.08 2011

Ecole Centrale Paris, Applied Mathematics and Systems Laboratory

Celem głównym wizyty była kontynuacja badań związanych z komputerowym modelowaniem termo-sprężystym i termoplastycznym propagacji rys w materiałach quasi-kruchych, w szczególności w odniesieniu do betonu. Tego typu analizy charakteryzują się dużą złożonością obliczeniową, która przekłada się na długi czas obliczeń. W celu zwiększenia efektywności obliczeń konieczne jest wprowadzenie zrównoleglenia obliczeń. Ośrodek Ecole Centrale Paris Applied Mathematics and Systems Laboratory specjalizuje się w rozwijaniu i stosowaniu równoległych algorytmów w wielu zagadnieniach inżynierii przy zastosowaniu metody elementów skończonych. W czasie wizyty, z pomocą prof. Frédérica Magoulès, przeanalizowałem efektywne metody dekompozycji obszarów pod kątem obliczeń równoległych.

**2) Delft University of Technology, Netherland, 01.07 – 30.07 2012**

Delft University of Technology, Faculty of Civil Engineering and Geosciences, Department of Structural Engineering, Section of Structural Mechanics

W ramach wizyty kontynuowałem badania związane z komputerowym modelowaniem termo-sprężystym i termoplastycznym propagacji rys w materiałach quasi-kruchych, w szczególności w odniesieniu do betonu. Dla materiałów quasi-kruchych stosuje się tzw. model rysy kohezijnej, gdzie na pewnej długości rysy modeluje się siły kohezji materiału, co prowadzi do nieliniowości w analizie. Department of Structural Engineering, Section of Structural Mechanics, TU Delft zajmuje się analizą mechaniki ciał stałych konstrukcji inżynierskich. W jednostce tej, której przewodzi prof. dr. ir. L.J. Sluys, rozwijane są nowoczesne komputerowe metody analiz. W szczególności jest to ośrodek, gdzie rozwijane są metody obliczeniowe z zakresu mechaniki pęknięcia oraz nieliniowości fizycznych w materiałach. W trakcie wizyty miałem okazję wymienić doświadczenia odnośnie modelowania pęknięcia oraz podjąłem współpracę z dr F. van der Meer.

**3) University of Glasgow, Great Britain, 29.06 – 25.07 2013**

University of Glasgow, School of Engineering

W trakcie wizyty kontynuowałem badania związane z komputerowym modelowaniem termo-sprężystym i termoplastycznym propagacji rys w materiałach quasi-kruchych, w szczególności w odniesieniu do betonu. Zespół w Glasgow pod kierownictwem prof. Prof Chrisa Pearce'a od wielu lat prowadzi badania związane z komputerowym modelowaniem zniszczenia betonu jako ośrodka porowatego i wielofazowego. Zespół prof. Pearce'a ma na tym polu duże osiągnięcia, o czym świadczy duża liczba publikacji z tej tematyki. Wizyta dała niepowtarzalną okazję wymiany doświadczeń z modelowania wielofazowego uszkodzeń w betonie. Pozwoliło to zdobyć nowe doświadczenia oraz opracować komputerowe przykłady dwu i trójwymiarowego modelowania przepływu ciepła przez nieciągłość w materiale (rysę).

**4) University of Glasgow, Great Britain, 03.07 – 01.08.2014**

University of Glasgow, School of Engineering

Celem głównym wizyty była kontynuacja badań związanych z komputerowym modelowaniem zadań termo-sprężystych ze szczególnym uwzględnieniem pól nieciągłych. Pola nieciągłe występują w przypadku modelowania pęknięć jak również mogą być użyte do modelowania wielowarstwowych laminatów. W ośrodku tym jest rozwijane oprogramowanie do komputerowego modelowania ośrodków wielofazowych MoFEM. Podczas wizyty został opracowany efektywny sposób modelowania wielowarstwowych laminatów, gdzie poszczególne warstwy są połączone za pomocą cienkiej warstwy materiału elastycznego (np. poliwinyl butyral). Opracowany sposób został następnie oprogramowany w środowisku MoFEM. Prace nad wprowadzeniem modelowania do środowiska MoFEM rozpoczęły się w trakcie pobytu i trwały również po zakończeniu wizyty.

**3.4 Recenzowanie artykułów**

W latach 2015–2017 recenzowałem artykuły dla następujących czasopism:

1. **Materials & Design** (IF 3.997, MNiSW 35) – Elsevier – 1 artykuł 2015
2. **Earthquake Engineering and Engineering Vibration** (IF 0.814, MNiSW 20) – Springer – 1 artykuł 2016
3. **Journal of Structural Engineering** (IF 1.7, MNiSW 35) – ASCE – 1 artykuł 2016
4. **Scientia Iranica** (IF 1.025, MNiSW 25) – 1 artykuł 2016
5. **Computer Assisted Methods in Engineering and Science** (MNiSW 14) – Polska Akademia Nauk, Instytut Podstawowych Problemów Techniki – 1 artykuł 2016
6. **Engineering Transactions** (MNiSW 15) – Polska Akademia Nauk, Instytut Podstawowych Problemów Techniki – 1 artykuł 2017
7. **Engineering Computations** (IF 1.37, MSaHE 20) – Emerald Publishing – 1 artykuł 2017

### 3.5 Członkostwo w organizacjach naukowych

W ostatnich latach staram się aktywnie uczestniczyć w życiu naukowym w kraju, również poprzez członkostwo w organizacjach. Jestem członkiem dwóch organizacji wymienionych poniżej:

1. **Polskie Towarzystwo Metod Komputerowych Mechaniki** – członek zwyczajny od wrzesień 2015r.
2. **Sekcja Metod Obliczeniowych i Optymalizacji Komitetu Mechaniki Polskiej Akademii Nauk** – członek stowarzyszony w kadencji 2016–2020

### 3.6 Osiągnięcia dydaktyczne i organizacyjne

Po obronie doktoratu zostałem zatrudniony w Instytucie Metod Komputerowych w Inżynierii Lądowej na stanowisku adiunkta. Od tego czasu oprócz zajęć dydaktycznych w laboratoriach komputerowych zacząłem prowadzić wykłady na studiach stacjonarnych jak i niestacjonarnych w ramach pięcioletniego kursu magisterskiego. Podczas zmiany trybu studiów na system boloński uczestniczyłem w opracowywaniu programu przedmiotów w nowym systemie. Ostatecznie po doktoracie prowadziłem następujące przedmioty w ramach pięcioletnich studiów:

- Podstawy informatyki – laboratoria komputerowe
- Metody numeryczne – laboratoria komputerowe
- Metody komputerowe – wykłady i laboratoria komputerowe
- Bazy danych – laboratorium komputerowe

Po wprowadzeniu systemu bolońskiego przedmioty:

- Technologie informacyjne – laboratoria komputerowe (I stopień)
- Matematyka stosowane i metody numeryczne – laboratoria komputerowe (I stopień)
- Metody obliczeniowe – wykłady i laboratoria komputerowe (I stopień)
- Computational methods – computer laboratory (I stopień)
- Matematyka II – laboratorium komputerowe (II stopień)

W ramach działalności dydaktycznej byłem promotorem jednej pracy magisterskiej oraz jednej inżynierskiej oraz recenzentem siedmiu prac magisterskich lub inżynierskich. Brałem też czynny udział w kształceniu ustawicznym, gdzie dla praktykujących inżynierów prowadziłem zajęcia na szkoleniach "Szkolenia z metod komputerowych dla inżynierów" oraz "Metody komputerowe w budownictwie", jak również brałem udział w prowadzeniu zajęć szkoleniowych dla młodych pracowników Wydziału Inżynierii Lądowej PK z metod komputerowych.

W ramach działalności organizacyjnej przygotowałem i kierowałem dwoma projektami z zakresu kształcenia ustawicznego, tj. szkoleń i studiów podyplomowych. Realizacja tych projektów przyczyniła się do zwiększenia potencjału dydaktycznego Wydziału Inżynierii Lądowej PK. W ramach tych projektów wykładowcy byli zobowiązani przygotować wysokiej jakości materiały dydaktyczne, które miały charakter prezentacji komputerowych, materiałów ćwiczeniowych itp. Po zakończeniu projektów materiały te, po odpowiedniej modyfikacji są wykorzystywane przez wykładowców na studiach regularnych.

Od momentu przystąpienia Polski do Unii Europejskiej, tzn. od 2004r., wykazywałem się dużą aktywnością w celu pozyskania dla Uczelni środków finansowych z Unii Europejskiej na realizację projektów. Działalnością tą zajmowałem się nieprzerwanie przez 9 lat, tj. do 2013r. W tym okresie przygotowywałem wnioski lub współpracowałem przy przygotowywaniu wniosków na finansowanie projektów o charakterze szkoleniowym, dydaktycznym, inwestycyjnym, budowlanym czy też badawczym. Niektóre z tych wniosków uzyskały dofinansowanie, a inne zostały pozytywnie ocenione lecz nie uzyskały dofinansowania z

powodu wyczerpania się środków. W latach 2006-2012 osobiście kierowałem dwoma projektami finansowanymi ze środków Unii Europejskiej. Obydwa te projekty, na łączną kwotę blisko 4 mln zł, były przeze mnie skutecznie realizowane i zakończyły się pełnym sukcesem.

W latach 2006-2008 kierowałem projektem "Szkolenia z metod komputerowych dla inżynierów" realizowanym w ramach programu SPORZL (Sektorowy Program Operacyjny Rozwój Zasobów Ludzkich), działanie 2.3 "Doskonalenie umiejętności i kwalifikacji kadr" pod nadzorem Polskiej Agencji Rozwoju Przedsiębiorczości (PARP). Należy tutaj zauważyć, że był to pierwszy tego typu projekt na Politechnice Krakowskiej finansowany ze środków UE. W ramach tego projektu zostały opracowane szkolenia dla pracowników biur projektowych z zakresu metody elementów skończonych. Głównym celem szkoleń było zwiększenie wiedzy inżynierów z zakresu nowoczesnych metod obliczeniowych. Szkolenia zostały przygotowane przez pracowników Instytutu Technologii Informatycznych w Inżynierii Lądowej Wydziału Inżynierii Lądowej Politechniki Krakowskiej a następnie zajęcia szkoleniowe były przez nich prowadzone. Dzięki uzyskanemu dofinansowaniu, uczestnictwo w szkoleniach było nieodpłatne. Szkolenia cieszyły się dużym zainteresowaniem i ostatecznie odbyło się 8 edycji, w których zostało przeszkolonych 96 osób. W projekcie czuwałem nad stroną merytoryczną, jak i całością projektu. Z uwagi na to, że szkolenia spotkały się z dużym oddźwiękiem, szkolenia te, w zmodyfikowanej postaci, były kontynuowane w ramach innego projektu prowadzonego na Wydziale.

W kolejnych latach, tj. 2009-2012, kierowałem projektem pn. "Nowoczesne budownictwo – studia podyplomowe". Projekt był realizowany w ramach programu POKL (Program Operacyjny Kapitał Ludzki), działanie 2.1.1, również pod nadzorem PARP. Tym razem w projekcie zostały przygotowane, uruchomione oraz zrealizowane studia podyplomowe z zakresu nowoczesnego budownictwa. Były to studia podyplomowe o następującej tematyce:

1. Zarządzanie kosztami przedsięwzięcia budowlanego (3 edycje)
2. Budownictwo energooszczędne, audyting i ocena energetyczna budynków (3 edycje)
3. Stosowanie Eurokodów w budownictwie – profil A (konstrukcje żelbetonowe) (2 edycje)
4. Stosowanie Eurokodów w budownictwie – profil B (konstrukcje stalowe) (2 edycje)

Studia te były przygotowane i realizowane przez pracowników dwóch instytutów Wydziału Inżynierii Lądowej PK: Instytut Zarządzania w Budownictwie i Transporcie oraz Instytut Materiałów i Konstrukcji Budowlanych. W ramach tego projektu kilka sal wykładowych lub ćwiczeniowych zostało wyposażone w elektrycznie rozwijane ekrany oraz nowoczesne rzutniki multimedialne. Program każdego z tych studiów obejmował ponad 250 godzin i składały się one z części teoretycznej jak i dużej części zajęć ćwiczeniowych. Tematyka tych studiów wychodziła naprzeciw zapotrzebowaniu, więc każda z edycji studiów podyplomowych miała komplet słuchaczy. Ostatecznie w projekcie odbyło się łącznie 10 edycji studiów podyplomowych, które ukończyło 356 osób. W realizację studiów podyplomowych zaangażowałem ponad 40 wykładowców, z czego większość to byli wykładowcy Wydziału, a niektórzy to zewnętrznymi specjalistami. Przygotowanie oraz realizacja projektu to było dla mnie duże wyzwanie organizacyjne związane z odpowiedzialnością względem uczestników, wykładowców oraz mojej Uczelni. Do pomocy przy prowadzeniu projektu był zatrudniony odpowiedni 4-osobowy personel i tak zorganizowałem prace, że ostatecznie projekt zakończył się pełnym sukcesem.

Projekty finansowane z Unii Europejskiej charakteryzują się tym, że są wymagające pod względem administracyjno-finansowym. W takich projektach należy spełniać wysokie wymagania formalne przy częstych sprawozdaniach administracyjnych i finansowych. Są one często kontrolowane, a systemy rozliczania częściowego i końcowego są bardzo dokładne i drobiazgowo. Obydwa prowadzone przeze mnie projekty były prowadzone zgodnie z założonym planem i wszystkie założone wskaźniki w projektach zostały osiągnięte lub przekroczone. Był to efekt dobrze przygotowanych wniosków, realistycznego budżetu oraz dobrej organizacji podczas realizacji projektów.

Oprócz dwóch wyżej wspomnianych prowadzonych projektów byłem również mocno zaangażowany w przygotowywanie innych wniosków o finansowanie projektów finansowanych z UE. Można tutaj wymienić wnioski z programów: POKL działanie 4.1.1, POIIS działanie 13.1 (główny koordynator), MRPO działanie 1.1.a Brałem również udział w innych projektach realizowanych na Uczelni. W projekcie "Stworzenie kompleksu laboratoriów na Wydziale Inżynierii Lądowej Politechniki Krakowskiej" (2009-2010)

byłem zaangażowany jako koordynator jednego z komponentów w projekcie. W projekcie "Rozwój potencjału dydaktycznego PK w zakresie nowoczesnego budownictwa" (2009–2015) prowadziłem zajęcia dydaktyczne dla studentów w języku angielskim oraz byłem wykładowcą w ramach zajęć szkoleniowych z nowoczesnych metod obliczeniowych.

Od momentu przystąpienia Polski do Unii Europejskiej przez 9 lat byłem zaangażowany w działania na rzecz Uczelni. Działania były nakierowane na identyfikację potrzeb, przygotowanie wniosków o dofinansowanie projektów oraz realizację niektórych z nich. W efekcie moja działalność naukowo-badawcza została znacznie ograniczona. Jednak od 2013 roku, po zakończeniu działalności związanej z projektami unijnymi, zacząłem ponownie prowadzić intensywnie badania, starając się na bieżąco publikować efekty swoich badań w renomowanych czasopismach. Swoje badania prowadzę w sposób intensywny oraz z dużym zaangażowaniem, co skutkuje kilkoma artykułami rocznie, z czego większość publikacji jest w czasopismach z listy A MNiSW. Zorganizowałem zespół badawczy dzięki czemu uaktywniam naukowo współpracowników, jak również moje pomysły na badania mogą być szybciej i efektywnie realizowane.

Moja działalność na rzecz Uczelni jest kontynuowana. Zostałem wybrany na członka Rady Wydziału Inżynierii Lądowej na kadencję 2016–2020 jako przedstawiciel nauczycieli akademickich. Angażuję się w reprezentowanie Instytutu lub Wydziału na dniach otwartych uczelni czy też corocznego festiwalu nauki.

### 3.7 Nagrody i odznaczenia

- 2016 Nagroda Rektora PK za osiągnięcia naukowe w roku 2015
- 2013 Honorowa Odznaka PK za działania na rzecz PK

## 4 Podsumowanie

Od zakończenia doktoratu zaangażowałem się w działalność na rzecz Uczelni w celu podniesienia potencjału dydaktycznego Wydziału Inżynierii Lądowej PK. Moje działania okazały się bardzo skuteczne, gdyż zorganizowałem specjalistyczne szkolenia oraz studia podyplomowe z zakresu nowoczesnego budownictwa. Do przygotowania i prowadzenia zajęć zaangażowałem pracowników naukowo-dydaktycznych Wydziału, co w konsekwencji wpłynęło na podniesienie jakości dydaktyki prowadzonej na Wydziale.

Przez ostatnie cztery lata prowadzę intensywne badania z zakresu mechaniki obliczeniowej, gdzie motywem przewodnim jest nieciągłość pól. W zależności od rozważanego problemu nieciągłości te mają charakter fizyczny, a czasami czysto numeryczny wynikający z wybranej przestrzeni aproksymacyjnej. W przypadku fizycznych nieciągłości metodę obliczeniową należy tak dostosować, aby wielkości nieciągłości były modelowane poprawnie zarówno jakościowo jak i ilościowo. Z drugiej strony, gdy stosuje się nieciągłe pola aproksymacyjne, wtedy stosuje się techniki, które prowadzą do minimalizacji nieciągłości w ostatecznym rozwiązaniu. W swych badaniach proponowałem nowe techniki i nowatorskie rozwiązania, które usprawniają numeryczną analizę problemów. Najbardziej oryginalne efekty moich badań to np.:

1. Zaproponowanie złożonego, termo-mechanicznego modelu rysy kohezyjnej
2. Opracowanie nowej metody FEM23 do analizy płyt wielowarstwowych
3. Opracowanie nowego sposobu łączenia ze sobą dwóch metod obliczeniowych
4. Zaproponowanie nowej wersji nieciągłej metody Galerkina pn. DGFDM, która jest pozwala na uzyskanie rozwiązania bardzo wysokiego rzędu.

W swej działalności naukowej staram się wyznaczać kierunki badawcze, które następnie staram się realizować samodzielnie lub w zespole badawczym, w którym jestem liderem. Od siebie jak i od współpracowników wymagam zaangażowania w prowadzone badania, co skutkuje intensywnie prowadzonymi badaniami, wynikami oraz publikacjami w czasopismach. Aktualnie kontynuuję badania, gdzie wciąż proponuję nowatorskie rozwiązania. W artykule, który jest aktualnie w trakcie recenzji w czasopiśmie z listy A MNiSW, stosuję opracowaną w trakcie badań DGFDM do bardziej złożonych problemów mechaniki. Podczas najbliższych konferencji międzynarodowych będę prezentował najnowsze moje osiągnięcia w zastosowaniu FEM23 oraz DGFDM [C1–C6].