

dr hab. inż. Jerzy Bobiński, prof. PG  
Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska  
Politechnika Gdańska  
ul. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk  
tel. 58-347-20-50, e-mail: [bobin@pg.edu.pl](mailto:bobin@pg.edu.pl)

Gdańsk, 27 maja 2022 r.

## Recenzja rozprawy doktorskiej

mgr inż. Anny Perduty

pt. „Adaptivity in multipatch version of isogeometric analysis with applications to nonlinear elasticity problems”

### 1. Podstawa recenzji

Pismo z dnia 23.03.2022 r. Dziekana Wydziału Inżynierii Lądowej Politechniki Krakowskiej prof. dr hab. inż. Andrzeja Szaraty (na podstawie uchwały Rady Naukowej Wydziału Inżynierii Lądowej Politechniki Krakowskiej) oraz egzemplarz rozprawy doktorskiej (w wersji elektronicznej) mgr inż. Anny Perduty pt. „Adaptivity in multipatch version of isogeometric analysis with applications to nonlinear elasticity problems” („Schematy adaptacyjne w wielopłatowej wersji analizy izogeometrycznej z zastosowaniami w problemach nieliniowej sprężystości”).

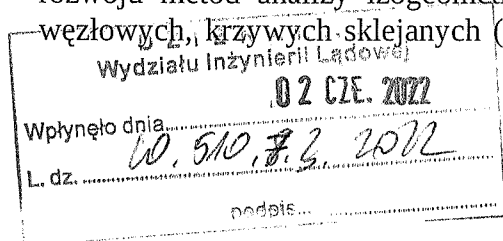
### 2. Ogólna charakterystyka pracy

Przedmiotem rozprawy jest zastosowanie analizy izogeometrycznej do analizy problemów nieliniowej sprężystości dla geometrii wielopłatowych. Istotny element stanowi implementacji zastosowanych procedur obliczeniowych w autorski program komputerowy AHIGA (Adaptive Hybrid IsoGeometric Analysis).

Recenzowana rozprawa liczy 194 stron, na których znajduje się 138 rysunków, 11 tablic, 240 wzorów, a także 7 algorytmów i 5 listingów. Jest napisana w języku angielskim. Praca składa się ze strony tytułowej, streszczenia, podziękowań, spisu treści, 8 ponumerowanych rozdziałów, listy rysunków, tablic, algorytmów i listingów, bibliografii zawierającej 130 pozycji oraz streszczenia w języku polskim.

**Rozdział 1** (*Introduction*, 6 stron) jest wprowadzeniem do tematyki rozprawy, w którym Autorka przedstawiła motywacje stojące za podjęciem problematyki analizy izogeometrycznej. Na samym początku pokazała potencjał rozwoju oprogramowania naukowego, ale też przedstawiła problemy towarzyszące rozwojowi tego typu narzędzi numerycznych. Następnie sformułowała listę celów niniejszej pracy doktorskiej, a potem w zwarty sposób przedstawiła aktualny stan wiedzy odnośnie analizy izogeometrycznej. Ostatnim elementem rozdziału jest krótki opis zawartości poszczególnych rozdziałów rozprawy.

**Rozdział 2** (*Isogeometric Analysis*, 16 stron) zawiera wprowadzenie do analizy izogeometrycznej z przedstawieniem stosowanych podstawowych idei i pojęć. Po krótkim przeglądzie historii rozwoju metod analizy izogeometrycznej Doktorantka przedstawiła definicje wektora punktów węzłowych, krzywych sklejanych (B-Splines) oraz punktów kontrolnych. Omówiła cechy funkcji



B-Splines wpływające na ich atrakcyjność w programach CAD (Computer Aided Design). Następnie podała definicję funkcji NURBS (ang. *Not-Uniform Rational B-Splines*) będących rozszerzeniem krzywych B-Splines. Po zdefiniowaniu pojęć podstawowych kolejny podrozdział zawiera podstawowe założenia interpolacji izoparametrycznej geometrii, jak również analizowanych pól (np. pole przemieszczeń). Doktorantka następnie zasygnalizowała problemy związane z modelowaniem geometrii wielopłatowych i warunków brzegowych, po czym przeszła do analizy różnych metod zagęszczania siatki: typu  $h$ , typu  $p$  i typu  $k$ . Ostatni podrozdział jest poświęcony zaawansowanym metodom zagęszczania siatek na poziomie płata i elementu.

**Rozdział 3** (*Development of IGA software package*, 6 stron) jest poświęcony przedstawieniu uzasadnienia decyzji podjętych przez Doktorantkę będących podstawą do implementacji programu analizy izogeometrycznej oraz opisowi zastosowanej metodologii. Pierwszy podrozdział zawiera przegląd dostępnych programów/pakietów numerycznych stosujących podejście izogeometryczne, po czym omówione zostaje pojęcie zmian i wariantów w systemach komputerowych. Zasadniczą część rozdziału jest poświęcona opisowi autorskiego pakietu AHIGA będącego częścią rozprawy doktorskiej. Część ta zawiera przedstawienie podstawowych cech programu, listę głównych modułów pakietu oraz przyjęte rozwiązania w zakresie implementacji (jak system operacyjny, język programu, utrzymanie kodu itp.). Zakończeniem rozdziału jest lista ryzyk i wąskich gardeł występujących w procesie tworzenia oprogramowania.

**Rozdział 4** (*Multifield analysis on multipatch geometries*, 36 stron) jest rozszerzeniem idei przedstawionych w rozdziale drugim. Pierwszym zagadnieniem przedstawionym w tym rozdziale była analiza statyczna ciała liniowo-sprężystego składającego się geometrycznie z jednego płata. Szczególną uwagę poświęcono definiowaniu tzw. przemieszczeniowych warunków brzegowych (typu Dirichleta). Następnie Doktorantka omówiła problem geometrii ciał wielopłatowych dla problemów dwu- i trój-wymiarowych i przedstawiła ideę implementacji struktury danych odpowiedzialnej za „obsługę” tego typu geometrii. Przeanalizowana została również kwestia niezbędnych zmian w analizie statycznej w związku z koniecznością wymuszenia zgodności przemieszczeń wzdłuż krawędzi wspólnej obu płatów. Na koniec przedstawiono kolejne rozszerzenie programu pozwalające na analizę wielu pól sprzężonych (w tym przypadku na przykładzie pola przemieszczeń i pola ciśnień). Na zakończenie każdego podrozdziału zamieszczono wyniki symulacji numerycznych wybranych problemów będące ilustracją omawianych zagadnień, ze szczególnym wyróżnieniem aspektów implementacyjnych.

**Rozdział 5** (*Adaptive schemes*, 28 stron) wprowadza szeroko rozumiane schematy adaptacyjne, rozumiane wg Doktorantki nie tylko jako możliwość zagęszczania siatek, ale także jako zdolność kodu programu do dodawania nowych „elementów”. Na początku rozdziału przedyskutowana została idea niezależnej aproksymacji geometrii i pola rozwiązania z pokazaniem konsekwencji na poziomie implementacji. Następnie omówiono ideę zagęszczania siatek bazując na metodzie estymacji błędów według Zienkiewicza i Zhu ze sformułowaniem parametrów i kryteriów sterujących tym procesem. Ostatni podrozdział zawiera dwa przykłady rozszerzania możliwości programu o opcję łączenia płatów z wykorzystaniem nieciągłej metody Galerkinia różnic skończonych oraz zastosowania Finite Cell Method do definiowania otworów w płatach. Podobnie jak w poprzednim rozdziale, na zakończenie każdego zagadnienia przedstawiono wyniki symulacji numerycznych obrazujące wprowadzane idee.

**Rozdział 6** (*Nonlinear analysis*, 16 stron) zawiera ostatnie rozszerzenie analizy izogeometrycznej pozwalające na prowadzenie analiz nieliniowych. Dypłomantka przedstawiła zestaw wzorów niezbędnych do sformułowania odpowiedniego algorytmu, zaczynając od tensora deformacji, poprzez miary naprężeń aż do definicji macierzy sztywności. Zamieściła również definicje

elementów stosowanych w jednoczesnej analizie pól: przemieszczeń i ciśnienia. Szczególny nacisk został położony na aspekty implementacyjne związane z nieliniowością. Na koniec zostały przedstawione wyniki symulacji dwóch testów numerycznych dla materiału hipersprężystego.

**Rozdział 7** (*Selected applications of AHIGA computational package in linear and nonlinear elasticity problems*, 42 strony) zawiera szereg testów numerycznych będących „praktyczną” ilustracją zagadnień omawianych w poprzednich rozdziałach. Przedstawione symulacje numeryczne obejmowały problemy trójwymiarowej analizy płyt, analiz nieliniowych dla pola przemieszczeń oraz sprzężonych pól przemieszczeń i ciśnienia.

**Rozdział 8** (*Conclusions*, 3 strony) jest podsumowaniem przyjętych założeń oraz procesu implementacji autorskiego programu obliczeniowego AHIGA. Zawiera także listę osiągnięć Doktorantki, jak również kierunki potencjalnego zwiększania funkcjonalności programu i nowych obszarów zastosowań.

### 3. Ocena rozprawy

#### 3.1. Znaczenie problemu badawczego

Dla większości z nas komputer (smartfon, tablet) stał się nieodłącznym towarzyszem życia, zarówno tego zawodowego, jak również osobistego czy społecznego. Zjawisko to nie byłoby możliwe bez zwiększania możliwości sprzętowych, jak również jednoczesnego rozwoju oprogramowania. Nie inaczej jest również w inżynierii lądowej, gdzie cały czas rośnie rola symulacji komputerowych, zarówno w działalności naukowej, jak i przemyśle. Wprowadzie w wielu obszarach te oba zakresy nie zawsze mają zbyt wiele punktów wspólnych, ale nie zmienia to faktu wprowadzania do „codziennego” użytku coraz bardziej zaawansowanych narzędzi numerycznych. Pozwala to na analizę coraz bardziej skomplikowanych problemów inżynierskich (na poziomie obsługi programu), ale jednocześnie wymaga coraz większej wiedzy odnośnie zastosowanych metod obliczeniowych celem poprawnej interpretacji uzyskanych wyników.

Niestety coraz szybsze tempo życia (zostańmy tu tylko w naszym obszarze zawodowym) oraz dostępność zaawansowanych narzędzi numerycznych pozwalających na wykonywanie skomplikowanych analiz nieliniowych nie zawsze zachęca do podejmowania dużych i ambitnych projektów informatycznych w dziedzinie inżynierii lądowej. Bardzo często praca nad doktoratem, który jest poświęcony symulacjom numerycznym, polega na wykorzystywaniu istniejącego oprogramowania lub implementacji wybranych elementów programu. Dla jasności, nie widzę w takim podejściu nic złego, o ile dostępne oprogramowanie jest wystarczające do symulacji analizowanego zagadnienia i o ile towarzyszy temu niezbędna wiedza odnośnie możliwości i ograniczeń stosowanego programu.

W tym kontekście recenzowaną rozprawę mgr inż. Anny Perduty oceniam podwójnie pozytywnie. Po pierwsze, dotyczy rozwoju metod numerycznych służących do analizy konstrukcji. Fakt niespecjalnej popularności wyboru analizy izogeometrycznej dodatkowo zwiększa atrakcyjność i ważność poruszanej tematyki (z uwagi na uzyskane efekty), jednocześnie jednak zdecydowanie zwiększa trudność jej opanowania. Po drugie, decyzja o zakończonym sukcesem zaprojektowaniu i implementacji całościowego własnego pakietu obliczeniowego świadczy o dużej ambicji i poziomie wiedzy Doktorantki. Generalnie, jest to jeden z lepszych sposobów na dogłębne poznanie stosowanych procedur numerycznych, choć zapewne nie najszybszy i nie najbardziej efektywny czasowo. Wykonanie tak ambitnego zadania wymagało ze strony Doktorantki nie tylko wiedzy z zakresu teorii metod izogeometrycznych, ale także Mechaniki Ośrodków Ciągłych,

Metody Elementów Skończonych i metod numerycznych. Przede wszystkim wymagało jednak bardzo zaawansowanej i rozległej wiedzy w temacie projektowania programów komputerowych i umiejętności implementacji sformułowanych algorytmów. O poziomie skomplikowania niech świadczy liczba stron rozprawy (ponad 190) oraz liczba wzorów zamieszczonych w rozprawie (240).

### 3.2. Elementy oryginalne

Praca zawiera wiele elementów oryginalnych. Zaliczam do nich:

1. sformułowanie projektu autorskiego pakietu obliczeniowego AHIGA,
2. implementacja pakietu obliczeniowego w języku C++ umożliwiającego zastosowanie wielu schematów aproksymacji oraz pozwalającego na łatwe dodawanie rozszerzeń,
3. przedstawienie własnych rozwiązań dla zagadnienia ciągłości przemieszczeń wzdłuż krawędzi łączenia płytów,
4. implementacja nieciągłej metody Galerkin przy łączeniu płytów,
5. wykonanie symulacji numerycznych płyt warstwowych z zastosowaniem metody Nitsche'go i GIFT (Geometry Independent Field approximaTION),
6. wykonanie serii symulacji numerycznych dla różnych metod aproksymacji,
7. wykonanie serii symulacji numerycznych z uwzględnieniem nieliniowości geometrycznej i materiałowej (podejście dwupolowe).

### 3.3. Uwagi i pytania do dyskusji

Trochę nietypowy (i nie za bardzo popularny) temat rozprawy (w zakresie inżynierii lądowej) i jednocześnie jej wysoki poziom zaawansowania wynikający ze stworzenia własnego pakietu obliczeniowego skłaniają do zadawania pytań, które bardziej przybliżą/wyjaśnią zaprezentowane w rozprawie zagadnienia.

Pytania ogólne:

1. Podstawową zaletą metod izogeometrycznych jest dokładne odwzorowanie geometrii. W jakich zagadnieniach inżynierii lądowej może to być szczególnie istotne? Kiedy stosowanie tego podejścia daje największe korzyści w stosunku do wyników otrzymanych Metodą Elementów Skończonych (albo inaczej: w jakich sytuacjach MES bardzo słabo sobie radzi)? Wprawdzie w pracy są cytowane przykłady (na stronie 14), ale bez ich omawiania.
2. Rozprawa zasadniczo koncentruje się na sformułowaniu i implementacji tzw. silnika obliczeniowego. Prawie zupełnie pominięte są dwa inne, również ważne fazy wykonywania symulacji numerycznych: przygotowywanie danych oraz wizualizacja uzyskanych wyników. Jak one wyglądają w przypadku programu AHIGA? Przedstawione w pracy listingi sugerują (być może mylnie), że wymaga to napisania własnego kodu z odpowiednimi poleceniami. W jaki sposób program AHIGA udostępnia wyniki obliczeń? W jakim programie są one prezentowane? W tekście rozprawy pojawia się tylko zdanie o konieczności zdefiniowania odpowiedniej siatki (strona 49).
3. W tym kontekście pojawia się kolejne pytanie: czy zaprezentowany program (lub szerzej jakiegokolwiek inny program z rodziny IGA) może konkurować z programami stosującymi Metodę Elementów Skończonych analizując aspekt „przyjazności” wobec użytkownika?

#### 4. Czy program AHIGA jest dostępny publicznie? Czy są może takie plany?

Pytania szczegółowe:

1. Czy warunkiem koniecznym do definiowania różnych praw materiałowych w różnych elementach jest definiowanie niezależnych płatów (patrz stwierdzenie na stronie 25)?
2. Czy zawsze punktem wyjścia do definicji domeny jest hipersześcian (strona 39)? W jaki sposób definiuje się obszary trójkątne (patrz Rys. 5.27 i odpowiedni tekst)? Na marginesie, trójkąty pojawiają się jeszcze na Rys. 5.3.
3. Czy w metodzie kondensacji statycznej wybór nadrzędnego (ang. master) i podrzędnego (ang. slave) zbioru punktów kontrolnych ma wpływ na wyniki obliczeń? Kto dokonuje tego wyboru?
4. Czy definicja problemu (np. typu płaski stan naprężenia lub płaski stan odkształcenia) jest globalna dla całego modelu? Czy może dla poszczególnego płata? (strona 63)?

### 3.4. Uwagi krytyczne o charakterze ogólnym

Rozprawa doktorska zawiera również kilka stwierdzeń, z którymi nie do końca się zgadzam, oraz kilka opisów, które wymagają doprecyzowania/uzupełnienia. Uwagi te zostały podzielone na dwie grupy: o charakterze ogólnym (niniejsza sekcja) i bardziej szczegółowym (następny podrozdział).

1. Na początek małe doprecyzowanie (mam nadzieję). Streszczenie doktoratu rozpoczyna się od wyróżnienia trzech zasadniczych filarów nauki: symulacji numerycznych, eksperymentu i teorii, po czym dalsze rozważania dotyczą tego pierwszego obszaru. Mogłoby to (mylnie moim zdaniem) sugerować zupełną niezależność tych trzech aktywności w obszarze inżynierii lądowej (choć czasami zapewne tak się dzieje). Wszystkie te sposoby mają służyć lepszemu poznaniu i zrozumieniu rzeczywistości. Znowu, z uwagi na specyfikę inżynierii lądowej często to eksperyment (dobrze przeprowadzony) pełni rolę „rzeczywistości”. Celem metod numerycznych nie jest bowiem uzyskanie „ładnych” wyników jako takich, lecz lepsze zrozumienie np. pracy konstrukcji. Nikt przecież nie powie, że celem budowy Wielkiego Zderzacza Hadronów było stworzenie programu z milionami linii kodu, choć bez tego kodu niemożliwe byłoby zapewne wykonanie testów i analiza otrzymanych wyników.
2. Rozprawa nie zawiera tezy, czego bynajmniej nie uważam za jej wadę. Wystarczy, że są jasno sformułowane cele. Jednocześnie jednak motywacje podane w rozdziale 1.1 można zaliczyć do argumentów z dziedziny programowania, a nie inżynierii lądowej. Tę pewną nierównowagę potwierdza niejako lista osiągnięć w rozdziale ósmym, które także koncentrują się na aspektach informatycznych.
3. Doktorantka stosuje/rozszerza definicję ‘adaptacyjności’ (oprócz klasycznego rozumienia jako zagęszczania siatki) także na możliwości stosowania różnych typów siatek, schematów aproksymacji, praw materiałowych itp., z czym nie do końca się zgadzam. Zapewne z punktu widzenia budowy programu komputerowego obie te cechy (określona jako zmiany i warianty na stronie 35 rozprawy) mogą wymagać podobnych zmian/przygotowania kodu, to jednak z punktu widzenia użytkownika są to diametralnie różne procesy. Adaptacyjne

zagęszczanie siatki odbywa się automatycznie w trakcie obliczeń (na podstawie określonych kryteriów w zależności od aktualnego stanu modelu), natomiast wyboru typu analizy, prawa materiałowego itp. dokonuje się przed rozpoczęciem obliczeń i nie ulega on zmianie.

4. W pracy o tak dużej liczbie wzorów zabrakło listy stosowanych symboli. Ewentualne dodanie definicji stosowanych operatorów zwiększyłoby czytelność rozprawy.
5. W kontekście cech programu AHIGA wymienionych na stronie 36 warto byłoby je porównać z funkcjonalnościami istniejących programów przywołanych wcześniej. Można czasem odnieść wrażenie, że cały proces formułowania i implementacji programu odbył się przy zupełnym braku interakcji z istniejącymi alternatywami. Na przykład w rozdziale czwartym została zaprezentowana autorska struktura Metamesh do obsługi geometrii wielopłatowych, natomiast nie ma żadnego porównania rozwiązaniami z innych programów, które pozwalają na definiowanie takich geometrii.
6. Opis modułów (Rys. 3.2) jest dość lakoniczny i umieszczony w wielu miejscach. Jeden z nich nie jest opisany wcale (GeomMapper). Nie wiadomo też, jakie biblioteki zewnętrzne zostały wykorzystane w implementacji i w których modułach są wykorzystywane. Na przykład: jaki kod jest używany do numeracji niewiadomych (patrz uwaga na stronie 42) czy rozwiązywania układu równań? Nie ma jasności, czy wszystkie algorytmy przedstawione w pracy zostały zaimplementowane, np. metoda kondensacji statycznej przedstawiona na stronie 57 czy metoda mnożników Lagrange’a ze strony 43. Te opcje nie zostały bowiem jawnie wykorzystane w przykładach obliczeniowych.
7. Brakuje generalnego opisu schematu obliczeń nieliniowych, z podaniem na przykład kryterium zbieżności i metod definiowania/zmieniań wielkości kroku czasowego.
8. W analizowanych przykładach nie zawsze podawany jest pełen zestaw wartości parametrów wejściowych. Na przykład: ile wynosi wartość parametru granicznego  $\eta$ , powyżej którego następuje redefinicja/adaptacja siatki w przykładzie 5.2.3? Jak zdefiniowano zbiór punktów kontrolnych i jakie wagi zostały zastosowane w teście 4.2.4?

### 3.5. Uwagi krytyczne o charakterze szczegółowym

1. strona 4: brakuje (wg opinii Recenzenta) słowa kluczowego ‘multipatch’.
2. strona 18: dla kompletności wprowadzenia warto byłoby zdefiniować pojęcie (być może dość oczywiste) ‘multiplicity’ (krotność).
3. strona 20/21: czy przestrzeń parametryczna powinna być definiowana na przedziale  $[\xi_1, \xi_n]$  (tekst powyżej równania (2.9), czy na przedziale  $[\xi_1, \xi_{n+p+1}]$  (tekst powyżej równania (2.10))?
4. strona 23: wielkości  $d$  i  $B_i^w$  we wzorze (2.14) oraz  $C^w$  we wzorze (2.16) nie są wyjaśnione.
5. strona 23: wielkości typu  $w_{ij}$  (i analogiczne z innymi indeksami) we wzorach (2.20) i (2.21) nie są wyjaśnione, choć łatwo się domysleć ich definicji.
6. strona 105: pojawia się listing klasy Behaviour. Dlaczego (tylko) niej? Gdzie „znajduje się” ta klasa w stosunku do zbioru modułów przedstawionych na Rys. 3.2?

7. strona 116: czy wielkość  $\lambda_1$  można nazwać odkształceniem, a nie rozciągnięciem (stretch)?
8. Strona 119: tytuł rozdziału siódmego jest zdecydowanie za długi.

### 3.6. Uwagi redakcyjne

Generalnie rozprawa jest zredagowana bardzo starannie, w czym na pewno pomaga stosowanie systemu składu TeX/LaTeX (choć wymaga to nieco większej wiedzy i zaangażowania niż przy stosowaniu standardowych procesorów tekstu). Na szczególną uwagę zasługuje wysoka jakość rysunków, jednolita stylowo i zgodna z czcionkami stosowanymi w tekście. Jedyne mankament to błędy (literówki), które mogą sugerować, że tekst pracy nie był sprawdzany żadnym programem do korekty językowej (obecnie jest to możliwe np. w przypadku stosowania programu LyX).

Zauważone błędy (i uwagi) redakcyjne i językowe:

- strona 14: [109, 57, 96, 46, 29, 64] - dlaczego numeracja pozycji bibliograficznych jest nieuporządkowana? Z czego wynika taka, a nie inna kolejność? To cytowanie jest przykładowe, nie jest jedynym tak sformatowanym cytowaniem kilku pozycji bibliograficznych,
- strona 15: writtein → written
- strona 20: any given paremeter → any given parameter
- strona 22: computed as a projecttion → computed as a projection
- strona 23: czy we wzorze (2.15) indeks  $i$  oznacza stopień swobody?
- strona 23: ostatnie całkowanie we wzorze (2.16) wykonuje się w przestrzeni Omega z falką
- strona 24, opis pod rysunkiem 2.9: element parametryczny powinien być opisany jako Omega z daszkiem (ang. hat), a nie Omega z falką (ang. tilde)
- strona 26: równanie (2.29): brak spacji w 'forq'
- strona 30: linarly → linearly
- strona 34: It uses is based → ?
- strona 40: powtórzony opis funkcji  $N_i$  (pierwszy raz pojawia się na stronie 39)
- strona 56: Nitsche's medthod → Nitsche's method
- strona 63: do naprężeń normalnych w kierunku  $x$  stosowane są dwa symbole:  $\sigma_{xx}$  i  $\sigma_x$
- strona 68: we wzorze (4.76) wielkość  $u_i$  (z daszkiem) jest wektorem, jak w równaniu (5.1)
- strona 76: isoparemetric concept → isoparametric concept
- strona 77: the siffness matrix integral → the stiffness matrix integral
- strona 82, Rys. 5.7: brak jednostek (ten błąd powtarza się dla kilku rysunków w rozdziale 7)
- strona 84, sekcja 5.2.1: niekonsekwentny zapis wektora naprężenia jako wielkości wektorowej i skalarnych wartości składowych (indeks  $t$ )
- strona 87: mesh adaptaion algorithm → mesh adaptation algorithm
- strona 103: brakuje spacji przed cytowaniami pozycji bibliograficznych
- strona 107: w równaniu (6.15) symbol naprężenia (1-sza i 3-cia linijka) powinien być pogrubiony (patrz równanie 4.2); w obu cytowanych równaniach w pierwszej linijce zero jest również wektorem
- strona 111: niepotrzebne powtórzenie części definicji i objaśnień
- strona 135: początek nowego podrozdziału na nowej stronie, co jest zmianą wobec dotychczas stosowanej zasady
- strona 187: oprgramowania → oprogramowania
- strona 187: odpowiedź na pytanie w jaki sposób → odpowiedź na pytanie, w jaki sposób
- strona 187: Rozpatrzenie konsekwencji jakie → Rozpatrzenie konsekwencji, jakie
- strona 189: Rozdział 3 poświęcony zawiera → Rozdział 3 zawiera

- strona 190: na pytania jak przechowywać → na pytania: jak przechowywać
- strona 191: ale przede wszystkim wsparcie → ale przede wszystkim wsparcie
- strona 191: zweryfikowano implementację → zweryfikowano implementację
- strona 191: został poświęcony jest analizie → został poświęcony analizie

#### 4. Wniosek końcowy

Temat rozprawy doktorskiej Anny Perduły dotyczy zagadnienia o bardzo dużym poziomie skomplikowania. Wymagał nie tylko dużego poziomu wiedzy teoretycznej odnośnie analizy izogeometrycznej, ale równocześnie wyjątkowych umiejętności programistycznych. Przedstawiona do recenzji rozprawa doktorska świadczy o tym, że z obu tych zadań Doktorantka wywiązała się bardzo dobrze. Przedstawiona lista uwag krytycznych oraz podniesionych wątpliwości nie obniża pozytywnej końcowej opinii.

Reasumując, stwierdzam, że recenzowana praca spełnia wymagania stawiane pracom doktorskim, zgodnie z obowiązującą ustawą i dlatego stawiam wniosek do Rady Naukowej Wydziału Inżynierii Lądowej Politechniki Krakowskiej o dopuszczenie rozprawy doktorskiej mgr inż. Anny Perduły do publicznej obrony.

*Jerry Bobniński*