

CRACOW UNIVERSITY OF TECHNOLOGY
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING



Doctoral Thesis

**The dynamic response of multilayer
continuous systems to moving loads**

M.Sc. Rafał Pilecki

Supervisor:
Piotr Kozioł, Ph.D., D.Sc., Assoc. Prof.

Cracow, 2023

POLITECHNIKA KRAKOWSKA
WYDZIAŁ INŻYNIERII LĄDOWEJ



Rozprawa doktorska

Dynamiczna odpowiedź wielowarstwowych układów ciągłych na ruchome obciążenia

mgr inż. Rafał Pilecki

Promotor:
dr hab. Piotr Kozioł, prof. PK

Kraków, 2023

Streszczenie

Praca dotyczy problemu efektywnej analizy parametrycznej teoretycznych wielowarstwowych modeli analitycznych typu belka-podłoże. Główny model rozwiązany i analizowany w tej pracy jest opisany jako belka podwójna spoczywająca na nieliniowym podłożu lepkosprężystym, poddana działaniu szeregu ruchomych sił, w której warstwa łącząca belki jest również lepkosprężysta i ma nieliniową sztywność. Problem ten ma swoje źródło w inżynierii kolejowej, gdzie konieczność badania właściwości mechanicznych systemów przytwierdzeń wynika z pomiarów doświadczalnych, wykazujących ich nieliniowe cechy. Brak modeli analitycznych i rozwiązań dla takiego systemu, będących możliwym punktem odniesienia dla dalszych, bardziej złożonych badań, w tym numerycznych, został uznany za lukę badawczą w istniejącej wiedzy. Celem niniejszej pracy stało się więc zbudowanie i wstępna analiza parametryczna nieliniowego modelu dynamicznego podwójnej belki spoczywającej na podłożu lepkosprężystym oraz jego ewentualne zastosowanie do analizy dynamiki toru kolejowego. Na podstawie uzyskanych rezultatów wykazano, że nowoczesne narzędzia do badania uproszczonych modeli układów dynamicznych, oparte na metodach semianalitycznych, pozwalają na wydajną i precyzyjną analizę parametryczną złożonych struktur nieliniowych poprzez zastosowanie efektywnych analitycznych procedur aproksymacyjnych.

Rozwiązano kilka problemów cząstkowych, prowadzących do głównych wyników. Są to: rozwiązanie problemu propagacji fali dla pustki kulistej zanurzonej w ośrodku, otoczonej warstwami i poddanej obciążeniu działającemu na jej ściany od wewnątrz; rozwiązanie dla układu belki podwójnej z nieliniową lepkosprężystą warstwą łączącą belki, poddanego działaniu szeregu sił przemieszczających się ze stałą prędkością wzdłuż górnej belki, spoczywającego na podłożu lepkosprężystym; rozwiązanie analogicznego układu z nieliniowym lepkosprężystym podłożem; opracowanie efektywnej procedury obliczeniowej umożliwiającej wydajne badania parametryczne rozważanych modeli (wraz z budową algorytmu obliczeniowego pozwalającego na automatyzację obliczeń w zakresie różnych zestawów parametrów fizycznych); zastosowanie opracowanej techniki obliczeniowej do rozwiązania dwuwarstwowego modelu drogi szynowej, zakładającego nieliniową sztywność systemu przytwierdzeń; zastosowanie generatora sił losowych do układu belki podwójnej. Wszystkie te zadania zostały pomyślnie zrealizowane, stanowiąc ważny wkład w dziedzinę problemów ruchomych obciążeń.

Semianalityczne rozwiązanie zastosowane do rozwiązania modelu belki podwójnej oparte jest na znanych aproksymacjach falkowych, z wykorzystaniem rozkładu czynników nieliniowych na szereg Adomiana. Kilka nakładających się na siebie przybliżeń prowadzi do trudności obliczeniowych, których pokonanie stanowi dodatkowe zadanie podczas analizy. Zadanie to zostało wykonane z powodzeniem poprzez udoskonalenie procedur obliczeniowych, czego dowodem są przykłady pokazane w pracy.

Ważną częścią rozprawy jest dodatek składający się z kopii opublikowanych prac. Przedstawione w nich wyniki są krótko opisane w tekście pracy, a dla zrozumienia rozprawy niezbędna jest lektura całości artykułów.

Materiały dodatkowe zamieszczone w rozprawie opisują głównie zastosowania oraz opis opracowanego algorytmu obliczeniowego, który umożliwia stosunkowo łatwe wstępne badanie parametryczne rozważanych modeli, dające podstawowe informacje o stosowalności danego modelu w zależności od zadanych warunków. Wyjaśniono również szczegółowo strukturę pracy doktorskiej i przedstawiono przebieg prac merytorycznych prowadzących do osiągnięcia celów.

Uzyskane wyniki można uznać za ważny wkład w dziedzinę analizy układów dynamicznych. Wśród nich można wyróżnić:

- ✓ Rozwiązanie dynamicznego modelu belki podwójnej o nieskończonej długości, spoczywającej na podłożu lepkosprężystym (liniowym lub nieliniowym), z nieliniową lepkosprężystą warstwą łączącą belki.
- ✓ Wstępną analizę parametryczną nieliniowego układu belki podwójnej w przypadku układu sił poruszających się ze stałą prędkością wzdłuż belki górnej, wykazującą przydatność i efektywność opracowanej procedury obliczeniowej.
- ✓ Budowę algorytmu obliczeniowego z wykorzystaniem technik semianalitycznych, służącego do badania modeli dynamicznych z nieliniowościami (w tym rozważanego układu belki podwójnej).
- ✓ Zaprojektowanie efektywnego narzędzia do wydajnej analizy parametrycznej uproszczonych nieliniowych modeli analitycznych.
- ✓ Implementację algorytmu generowania losowych nieregularności geometrycznych belki (styku belki z ruchomą siłą) do analizy dynamicznej modeli typu belka-podłoże (na przykładzie liniowego modelu dwuwarstwowego toru kolejowego).

- ✓ Zastosowanie badanego nieliniowego modelu belki podwójnej (wraz z opracowaną metodą obliczeniową) do badania dynamiki toru kolejowego.

Dalsze prace badawcze wykorzystujące uzyskane wyniki są stosunkowo łatwe do wskazania, jako ich naturalne rozwinięcie. Ich opis zamieszczono na końcu pracy.